



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사 학위논문

도로교설계기준의 지진하중조합에 대한
신뢰도분석 및 하중-저항계수 결정

**Reliability Analysis and Determination of
Load-resistance Factors for Seismic Load Combination of
Korean Highway Bridge Design Code**

2019 년 8 월

서울대학교 대학원

건설환경공학부

임 현 홍

도로교설계기준의 지진하중조합에 대한
신뢰도분석 및 하중-저항계수 결정

**Reliability Analysis and Determination of
Load-resistance Factors for Seismic Load Combination of
Korean Highway Bridge Design Code**

지도교수 이 해 성

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함

2019 년 8 월

서울대학교 대학원

건설환경공학부

임 현 홍

임현홍의 공학석사 학위논문을 인준함

2019 년 8 월

위 원 장	김 동 경	(인)
부위원장	이 해 성	(인)
위 원	송 준 호	(인)

초 록

현대 대부분의 교량 설계기준은 신뢰도 이론에 근거한 하중-저항계수 설계법을 따르고 있다. 신뢰도 기반 설계기준에서 안전수준은 신뢰도지수로 표현되며, 이 신뢰도지수는 하중-저항계수에 의한 설계공칭강도 혹은 요구공칭강도에 의해 보장된다. 균일하고 일관된 신뢰도지수를 보장하는 하중-저항계수를 결정하는 방법이 연구되어 왔으며, 어떤 신뢰도지수를 목표신뢰도지수로 할 것인가에 대한 고민도 이어져 왔다.

국내의 도로교설계기준(한계상태설계법)의 경우 구조물의 자중에 의한 고정하중효과 혹은 중차량에 의한 차량활하중이 주요하중인 중력방향하중조합이나 태풍과 같은 풍하중이 주요하중인 하중조합에 대하여 일관되고 균일한 신뢰도를 보장하는 하중-저항계수를 제안하기 위한 연구가 활발하게 이루어져, 상응하는 하중효과에 대한 확률모형이나 적절한 신뢰도분석기법이 개발된 바 있다.

한편, 지반운동에 의해 교량 구조물에 가해지는 지진하중효과의 적절한 확률모형에 대한 연구는 선행된 바 없다. 이 연구에서는 기존에 존재하는 교량 구조물에 작용하는 동적지진하중효과에 대한 등가의 정적지진하중효과 모형에 대해 몬테-카를로 시뮬레이션과 콜모고로프-스미르노프 검정을 통해 통계특성과 분포타입을 결정한다.

또한 도로교설계기준(한계상태설계법)의 지진하중조합에 대한 한계상태

를 재현주기 대 설계구명의 비인 RRD 개념을 도입하여 정의하고, 목표신뢰도지수의 설정에 대한 논리를 전개한다.

마지막으로 강도기반 최적화를 통해 하중-저항계수를 결정하고 제안한다. 이 때, 최적화는 한계상태함수의 파괴양상을 고려하여 다른 하중조합과 독립적으로 진행하고, 그 정당성에 관하여 논의한다.

주요어

신뢰도기반 설계법, 하중-저항계수, 도로교설계기준, 지진하중조합, 지진하중효과 확률모형, 목표신뢰도지수

학번: 2017-24146

목 차

초록	i
목차	iii
그림목차	vi
표목차	viii
1. 서론	1
2. 교량에 작용하는 지진하중효과의 확률모형	3
2.1 지진하중효과 모형	3
2.2 국내 최대지반가속도의 확률모형	5
2.3 몬테-카를로 시뮬레이션과 콜모고로프-스미르노프 검정을 통 한 지진하중효과의 확률모형 추정	13
3. 지진하중조합의 한계상태	22
3.1 지진하중조합	22
3.2 표준화된 지진하중조합의 한계상태와 하중비	23
3.3 신뢰도분석기법	26

3.4 평균재현주기 대 설계수명의 비	27
4. 지진하중조합의 하중-저항계수 결정	31
4.1 목표신뢰도지수 설정	31
4.2 역신뢰도분석	34
4.3 강도최적화에 의한 하중-저항계수 결정	34
4.4 최적화된 하중-저항계수에 의한 설계강도 및 신뢰도분석	38
5. 결론	44
참고문헌	46
부록	49
A. 절단된 정규분포를 이용한 난수발생.....	49
B. 표준화된 지진하중효과의 몬테-카를로 시뮬레이션	53
C. 표준화된 지진하중효과의 콜모고로프-스미르노프 검정	58
D 역신뢰도분석 수식.....	60
E 정규대수분포의 확률밀도함수와 누적분포함수에 대한 미분 ...	64

ABSTRACT	66
----------------	----

그 립 목 차

그림 2.1 평균재현주기 500 년 지진재해도.....	6
그림 2.2 최대지반가속도의 누적분포함수와 설계지반가속도 (100 년)	12
그림 2.3 최대지반가속도의 누적분포함수와 설계지반가속도 (200 년)	12
그림 2.4 \tilde{A} 에 대한 몬테-카를로 시뮬레이션 (평균, $N=10^9$)	16
그림 2.5 \tilde{A} 에 대한 몬테-카를로 시뮬레이션 (표준편차, $N=10^9$)	16
그림 2.6 콜모고로프-스미르노프 검정 (정규분포).....	18
그림 2.7 콜모고로프-스미르노프 검정 (정규대수분포)	19
그림 2.8 콜모고로프-스미르노프 검정 (감마분포)	19
그림 2.9 콜모고로프-스미르노프 검정 (검블분포)	20
그림 2.10 콜모고로프-스미르노프 검정 (프레체분포)	20
그림 2.11 콜모고로프-스미르노프 검정(와이불분포)	21
그림 3.1 최대지반가속도의 RRD 와 지진하중의 편심계수의 관계	30
그림 4.1 최대지반가속도의 RRD 와 목표신뢰도지수의 관계	32
그림 4.2 최적화된 하중-저항계수가 확보하는 신뢰도지수 (휨, RRD 12, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi=0.6, \eta=0.8$)	38

그림 4.3 최적화된 하중-저항계수가 확보하는 신뢰도지수 (휨, RRD 24, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)	39
그림 4.4 목표강도와 최적화된 하중-저항계수에 의한 설계강도 (휨, RRD 12, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)	39
그림 4.5 목표강도와 최적화된 하중-저항계수에 의한 설계강도 (휨, RRD 24, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)	40
그림 4.6 최적화된 하중-저항계수가 확보하는 신뢰도지수 (전단, RRD 12, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)	40
그림 4.7 최적화된 하중-저항계수가 확보하는 신뢰도지수 (전단, RRD 24, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)	41
그림 4.8 목표강도와 최적화된 하중-저항계수에 의한 설계강도 (전단, RRD 12, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)	41
그림 4.9 목표강도와 최적화된 하중-저항계수에 의한 설계강도 (전단, RRD 24, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)	42
그림 4.10 파괴점에서의 음단위법선벡터 (휨, RC, RRD 12, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$).....	43
그림 4.11 파괴점에서의 음단위법선벡터 (휨, RC, RRD 24, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$).....	43

표 목 차

표 2.1. 지진하중효과를 구성하는 확률변수들의 통계특성	6
표 2.2. 지진구역	7
표 2.3. 지진구역계수 (평균재현주기 500 년에 해당)	7
표 2.4. 위험도계수	7
표 2.5. 설계지반가속도(g)	7
표 2.6. 위험도계수의 통계상수	11
표 2.7. 내진기준과 최적화에 따른 위험도계수 비교	11
표 2.8. 최대지반가속도 분포의 통계상수	11
표 2.9. 표준화된 확률변수들의 통계특성	14
표 2.10. \tilde{q}_{EQ} 의 표본통계특성의 평균과 변동계수 ($N=10^8$, 100 세트)	15
표 2.11. 콜모고로프-스미르노프 검정 결과 ($N=10^8$, 30 세트)	18
표 3.1 지진하중조합의 하중비영역	25
표 4.1 지진하중조합의 목표신뢰도지수	33
표 4.2 지진하중조합 확률변수들의 통계특성	33

표 4.3. 강도기반 최적화에 의한 하중-저항계수	37
표 4.4. 강도기반 최적화에 의한 하중-저항계수 제안값	37
표 A.1. 원래의 평균과 표준편차를 발생시키는 절단된 정규분포의 패러미터	52
표 B.1 \tilde{q}_{EQ} 의 표본통계특성 ($N=10^8, 100$ 세트).....	73
표 C.1. 콜모고로프-스미르노프 검정 결과 ($N=10^8, 30$ 세트)	58

1. 서론

현대 주요한 교량의 설계기준인 미국의 AASHTO LRFD Bridge Design Specifications(AASHTO specifications; AASHTO, 2014)와 유럽의 Eurocode 0(CEN, 2002) 등은 신뢰도 이론에 근거한 하중-저항계수 설계법을 따르며 국내의 도로교설계기준(한계상태설계법)(국토교통부, 2016a)와 도로교설계기준(한계상태설계법)-케이블교량편(국토교통부, 2016b) 또한 이러한 체계를 따르고 있다.

신뢰도기반 설계기준은 목표한 신뢰도수준을 목표신뢰도지수로 나타내며, 지난 수십년간 이러한 목표신뢰도지수를 확보하는 합리적인 하중-저항계수가 제안되어 왔다(Nowak and Lind, 1979; Nowak, 1995; Nowak, 1999). 마찬가지로 국내의 도로교설계기준(한계상태설계법) 또한 목표신뢰도지수를 확보하는 하중-저항계수를 제안하기 위한 방법이 연구되어 왔다. 이 계수들은 상응하는 한계상태에서 목표신뢰도지수를 확보하도록 결정되어 있다.

중력방향하중조합이나 풍하중조합의 하중-저항계수의 결정에 관하여 관련 하중 확률변수들의 적절한 확률모형들과 신뢰도분석에 관한 연구들은 선행된 바 있다(Kim and Lee, 2017; Lee et al, 2018; Lee and Kim, 2019; Lee et al., 2019). 한편, 지진하중조합의 경우 교량에 작용하는 지진하중효과에 대한 적절한 확률모형이 미비하고, 이러한 확률모형의 부재와 더불어 합리적인 신뢰도평가가 이뤄지지 않았다.

이 연구에서는 신뢰도분석 수행을 위해 교량구조물에 작용하는 지진하중효과의 확률모형을 추정하기 위해 선행연구자의 응답스펙트럼에 기반한 등가의 정적지진하중효과 모형을 토대로 몬테-카를로 시뮬레이션(Monte-Carlo simulation)과 콜모고로프-스미르노프 검정(Kormogorov-Smirnov test)를 수행해 통계특성과 분포타입을 결정한다.

또한, 지진하중조합에 대한 한계상태를 재현주기 대 설계수명의 비인 RRD(Ratio of Return period to Design life)의 개념을 도입해 정의하고, RRD로 정의된 한계상태의 적절한 목표신뢰도지수를 결정한다. 이 과정에서 변동성이 큰 자연재해하중이 한계상태함수의 파괴점을 지배하는 양상을 관찰하여 결정된 목표신뢰도지수의 정당성에 관하여 논의한다.

마지막으로 확립된 지진하중조합의 한계상태에 대해 강도기반 최적화(Lee et al., 2019)를 수행해 일관되고 균일한 신뢰도지수를 확보하는 하중-저항계수를 결정한다. 이 때 확률변수들의 상대적인 관계의 차이를 고려하여 기존의 다른 하중조합과는 완전히 독립적으로 하중-저항계수를 결정한다.

2. 교량에 작용하는 지진하중효과의 확률모형

신뢰도기반 설계기준의 하중-저항계수는 신뢰도이론에 근거하여 결정된다. 신뢰도이론에 근거하여 설계기준의 하중조합에 대하여 신뢰도평가를 수행하기 위해서는 반드시 해당 하중조합에 포함된 확률변수들의 통계적인 확률모형이 필요하다. 국내의 도로교설계기준의 지진하중조합의 경우 하중효과로 고정하중과 차량활하중 및 지진하중을 고려한다. 교량의 자중에 의해 작용하는 1차 고정하중, 포장이나 시설물에 의한 2차 고정하중, 차량에 의한 차량활하중 등의 하중효과와 철근콘크리트, 강, 프리스트레스트 콘크리트 등의 부재강도 등의 확률변수들은 어떠한 확률모형을 따르는지 연구된 바 있다(Nowak, 2009; Lee, 2014; Paik et al, 2009; Shin et al, 2006; Bae, 2016). 이에 반해 교량에 작용하는 지진하중의 경우 적절한 확률모형에 대해 알려진 바가 없다. 이 장에서는 교량구조물에 작용하는 지진하중효과의 확률모형을 추정한다.

2.1. 지진하중효과 모형

홍수나 태풍 혹은 지진과 같은 자연재해나 선박 충돌 등의 극단적인 상황에 대한 도로교 설계에 관한 연구가 진행된 바 있다(Ghosn et al., 2003). Ghosn 등은 지진에 의해 교량구조물에 발생하는 동적하중효과를 응답스펙트럼해석법에 기반하여 등가의 정적하중효과로 계산하여 다음과 같이 정의

했다.

$$Q_{EQ} = M_{eq} C' S_a (t' T) \frac{wA}{R_m} \quad (2.1)$$

Q_{EQ} 는 등가의 정적지진하중효과, M_{eq} 는 지진하중의 모델링계수, C' 은 응답스펙트럼의 모델링계수, S_a 는 응답스펙트럼 가속도, t' 은 주기의 모델링계수, T 는 구조물의 주기, w 는 시스템의 무게, A 는 지반가속도, R_m 은 응답수정계수를 나타낸다. 지진하중효과 Q_{EQ} 를 모사하는 확률변수들은 각각 실제 구조물에 작용하는 하중을 의미하는 외부하중, 시공간상에서 다양하게 발생하는 실제 하중을 모델링하는 과정에서 발생하는 불확실성을 고려한 모델링변수 혹은 하중이 하중효과로 해석되는 과정에서 발생하는 불확실성을 고려한 영향계수 중 하나에 해당한다. 개별 확률변수들의 통계특성은 다양한 연구자들에 의해 제안되어 있다.

특이사항으로 제안된 개별 확률변수들의 통계특성 중에서 응답수정계수 R_m 의 편심계수가 명확히 정의되어 있지 않으며, 응답스펙트럼 모델링변수 C' 의 변동계수가 0.15 ~ 0.40 사이의 값으로 제시되어 있다. 이 논문에서는 응답수정계수 R_m 의 편심계수를 1로 가정하고, 응답스펙트럼 모델링변수 C' 의 변동계수는 주어진 범위 내에서 가장 큰 값인 0.40으로 가정한다.

표 2.1. 지진하중효과를 구성하는 확률변수들의 통계특성

확률변수	편심계수	변동계수	분포타입	Reference
M_{eq}	1.00	0.20	정규분포	Ellingwood et al. (1980)
C'	1.00	0.40	정규분포	Frankel et al. (1997)
t'	0.90	0.20	정규분포	Chopra and Goel (2000)
w	1.05	0.05	정규분포	Ellingwood et al. (1980)
R_m	1.00	0.34	정규분포	Priestley and Park (1987) and Liu et al. (1998)

2.2. 국내 최대지반가속도의 확률모형

2.2.1. 지진재해도

국내의 내진설계는 시설물에 적용하는 내진등급에 따라서 요구되는 내진성능수준에 상응하는 설계지반운동의 수준을 규정하는 방식을 취하고 있다. 설계지반운동 수준은 지진구역계수와 위험도계수를 통해 지반가속도의 형태로 제시되며, 국가 지진재해도에 근거한다(소방방재청, 2013). 지진재해도는 한반도에서 각각 5, 10, 20, 50, 100, 250, 500 년 내의 초과확률이 10%인 지반가속도를 등고선으로 이은 것으로 각각은 평균재현주기 50, 100, 200, 500, 1000, 2400, 4800 년에 해당한다. 현재 지진재해도에 대한 원시 통계자료를 확인할 수 없어 현 내진기준에 제시된 값들을 가장 잘 나타내는 통계상수를 추정해 이를 원 분포의 통계상수로 취급한다.

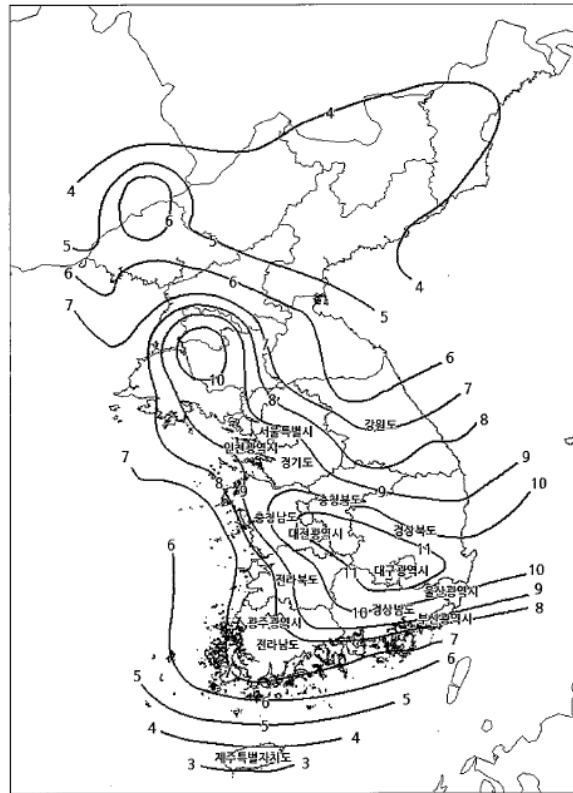


그림 2.1 평균재현주기 500년 지진재해도

2.2.2. 지진구역계수와 위험도계수 및 설계지반가속도

국내 내진설계에서 지진재해도에 근거한 설계지반가속도는 지진구역계수와 위험도계수의 곱으로 주어진다. 지진구역계수는 남한내에서 유사한 지진위험도를 갖는 행정구역을 2 개의 지진구역으로 설정해 각 지진구역에서 평균재현주기 500년 지진의 유효수평지반가속도를 중력가속도 단위로 표현한 값이며, 위험도계수는 평균재현주기가 500년인 지진의 유효수평지반가속도를 기준으로 평균재현주기가 다른 지진의 수평지반가속도를 상대적 비율로 나타낸 것이다.

표 2.2. 지진구역

지진구역		행정구역
I	시	서울, 인천, 대전, 부산, 대구, 울산, 광주, 세종
	도	경기, 충북, 충남, 경북, 경남, 전북, 전남, 강원 남부
II	도	강원 북부, 제주

표 2.3. 지진구역계수 (평균재현주기 500 년에 해당)

평균재현주기 (년)	50	100	200	500	1000	2400	4800
위험도계수	0.40	0.57	0.73	1	1.4	2.0	2.6

표 2.4. 위험도계수

평균재현주기 (년)	50	100	200	500	1000	2400	4800
위험도계수	0.40	0.57	0.73	1	1.4	2.0	2.6

표 2.5. 설계지반가속도(g)

지진구역	설계수명	기능수행수준	인명보호수준	붕괴방지수준
I	100 년	0.0627	0.1540	0.2200
	200 년	0.0803	0.2200	0.2860
II	100 년	0.0399	0.0980	0.1400
	200 년	0.0511	0.1400	0.1820

2.2.3. 일반적인 최대지반가속도의 확률모형

일반적으로 최대지반가속도는 제 2 종 최대치 극치분포인 프레체분포 (Frechet distribution)를 따른다고 알려져 있다(Nowak and Collins, 2000). 프레

체분포의 확률밀도함수와 누적분포함수는 다음과 같다.

$$f_x(x) = -\frac{k}{v} \left(\frac{v}{x}\right)^{k+1} \exp\left(-\left(\frac{v}{x}\right)^k\right), x > 0 \quad (2.2)$$

$$F_x(x) = \exp\left(-\left(\frac{v}{x}\right)^k\right), x > 0 \quad (2.3)$$

여기서 k 는 분포의 형상을 나타내고, v 는 스케일을 나타낸다. 프레체분포의 평균과 분산은 다음과 같다.

$$\mu_x = v\Gamma\left(1 - \frac{1}{k}\right) \quad (2.4)$$

$$\sigma_x^2 = v^2\left(\Gamma\left(1 - \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 - \frac{1}{k}\right)\right) \quad (2.5)$$

여기서 Γ 는 감마함수(Gamma function)이다.

한편, 최대지반가속도의 분포는 1 년 혹은 설계수명과 같은 특정한 기간 동안의 최대치에 대한 분포이다. 1 년에 대한 분포와 임의의 t 년에 대한 분포의 비교를 통해 프레체분포의 통계상수의 특성을 확인할 수 있다.

$$F_1(x) = \exp\left(-\left(\frac{v_1}{x}\right)^{k_1}\right) \quad (2.6)$$

$$F_t(x) = \exp\left(-\left(\frac{v_t}{x}\right)^{k_t}\right) \quad (2.7)$$

여기서 아래첨자 1 과 t 는 각각 기간을 의미한다. 베르누이 과정에 따라 1 년 분포 누적분포확률의 t 제곱은 t 년 분포의 누적분포확률과 동일하다. 따

라서 식 (2.8)의 과정에 따라 프레체분포의 통계상수 k 와 v 에 대한 고유한 특성이 도출된다. 분포의 형상을 결정하는 k 는 기간에 무관하며, 스케일을 결정하는 v 는 기간에 관계없이 1 년 분포의 패러미터 v_1 으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}(F_1(x))^t &= (\exp(-(\frac{v_1}{x})^{k_1}))^t = \exp(-t(\frac{v_1}{x})^{k_1}) = \exp(-(\frac{t^{1/k_1}v_1}{x})^{k_1}) \\ &= \exp(-(\frac{v_t}{x})^{k_t}) = F_t(x)\end{aligned}\quad (2.8)$$

$$k_t = k_1 = k \quad (2.9)$$

$$v_t = t^{1/k} v_1 \quad (2.10)$$

2.2.4. 위험도계수와 최대지반가속도 분포의 통계상수 도출을 위한 최적화 지진구역계수가 상수이므로 최대지반가속도와 위험도계수는 같은 타입의 확률모형을 따른다. 평균재현주기에 무관한 통계상수 값을 추정하기 위하여 표 2.4 의 위험도계수와 오차가 최소화되도록 최적화 문제를 구성한다. 이때 추정하고자 하는 통계상수는 1 년 분포에 대한 값을 추정하고, 식 (2.10)의 관계에 따라 특정기간에 대한 값을 계산한다. 평균재현주기로 계산한 연비초과확률과 프레체분포의 누적분포확률을 같게 두면 다음과 같다.

$$\exp(-(\frac{v_1}{a_i})^k) = 1 - \frac{1}{R_i} \quad (2.11)$$

여기서 a_i 는 위험도계수이며, R_i 는 그에 상응하는 평균재현주기이다. 식

(2.11)의 양변에 자연로그를 취하면 식 (2.12)와 같아지며,

$$-\left(\frac{v_1}{a_i}\right)^k = \ln\left(1 - \frac{1}{R_i}\right) \rightarrow a_i = \frac{v_1}{\left(-\ln\left(1 - \frac{1}{R_i}\right)\right)^{1/k}} \quad (2.12)$$

R_i 가 1보다 매우 큰 경우에 식 (2.13)의 근사에 의해

$$\ln\left(1 - \frac{1}{R_i}\right) \approx -\frac{1}{R_i} \quad (2.13)$$

위험도계수는 식 (2.14)와 같이 표현된다.

$$a_i = \frac{v_1}{\left(-\ln\left(1 - \frac{1}{R_i}\right)\right)^{1/k}} \approx \frac{v_1}{\left(\frac{1}{R_i}\right)^{1/k}} = (R_i)^{1/k} v_1 \quad (2.14)$$

이를 이용해 식 (2.15)와 같은 최적화 문제를 정의한다.

$$\text{Min}_{k, v_1} \Pi = \sum_i \frac{1}{2} \left((R_i)^{1/k} v_1 - \tilde{a}_i \right)^2 \quad (2.15)$$

여기서 \tilde{a}_i 는 내진기준의 i 번째 재현 주기에 대하여 기준에서 위험도계수 값이다. Newton-Raphson 법에 기반하여 도출한 위험도계수 분포의 통계상수는 표 2.6 과 같고, 최적화한 통계상수로 계산한 위험도계수는 표 2.7 과 같다.

표 2.6. 위험도계수의 통계상수

통계상수	k	v_1
최적화 결과	2.4722	0.0847

표 2.7. 내진기준과 최적화에 따른 위험도계수 비교

평균재현주기 (년)	50	100	200	500	1000	2400	4800
최적화	0.412	0.546	0.723	1.047	1.492	1.974	2.613
내진설계 일반	0.40	0.57	0.73	1	1.4	2.0	2.6
오차(%)	2.913	4.396	0.968	4.489	6.166	1.317	0.498

전술한 바와 같이 설계지반가속도는 위험도계수에 단순히 지진구역계수만 곱하여 얻어진다. 따라서 최대지반가속도의 k 는 위험도계수와 동일하고, 최대지반가속도분포의 v_1 은 위험도계수의 v_1 에 지진구역계수를 곱한 것과 같다. 이에 따라 지진구역과 설계수명에 따른 최대지반가속도 분포의 통계상수는 다음과 같다. 도출한 통계상수에 의한 누적분포함수와 설계지반가속도를 함께 도시한 결과 아주 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

표 2.8. 최대지반가속도 분포의 통계상수

지진구역	설계수명	k	$v(g)$	평균(g)	표준편차(g)	$v_1(g)$
I	100	2.4722	0.0601	0.0901	0.0963	0.0093
	200		0.0795	0.1192	0.1275	
II	100	2.4722	0.0382	0.0573	0.0613	0.0059
	200		0.0506	0.0759	0.0811	

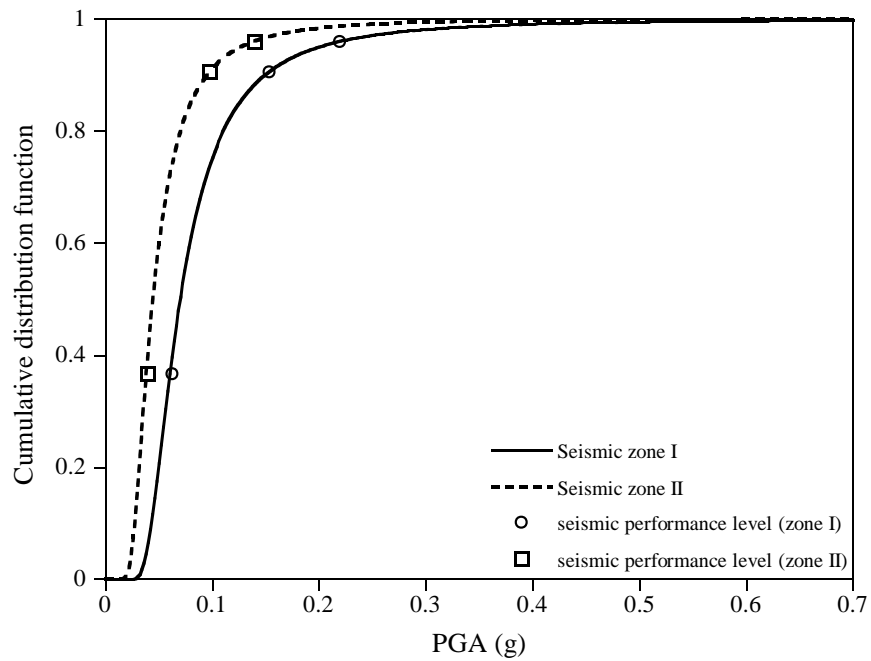


그림 2.2 최대지반가속도의 누적분포함수와 설계지반가속도 (100 년)

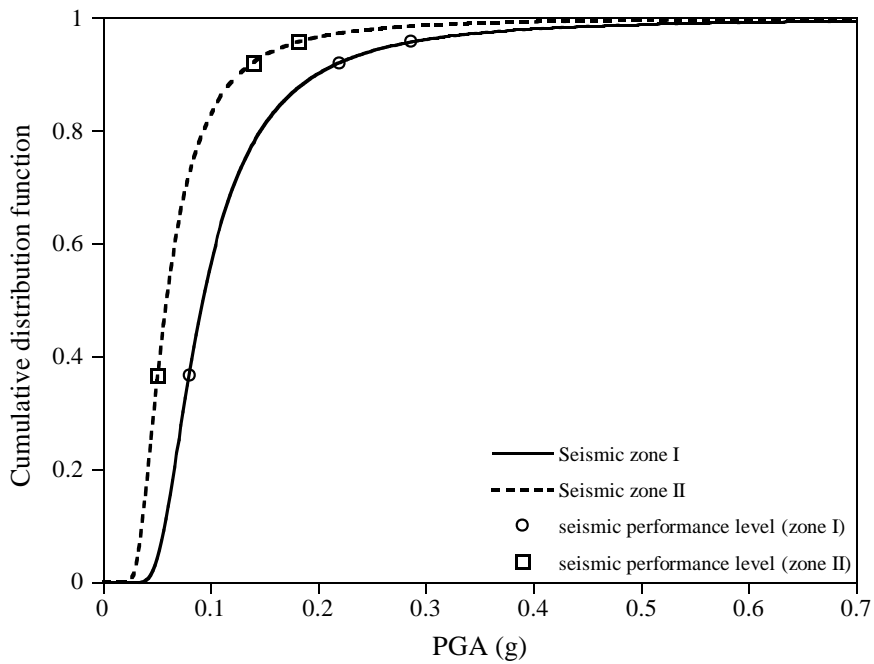


그림 2.3 최대지반가속도의 누적분포함수와 설계지반가속도 (200 년)

2.3. 몬테-카를로 시뮬레이션과 콜로고로프-스미르노프 검정에 의한

지진하중효과의 확률모형 추정

2.3.1. 지진하중효과의 표준화와 몬테-카를로 시뮬레이션

식 (2.1)의 지진하중효과를 구성하는 각 확률변수들을 해당하는 변수들의 평균으로 표준화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 Q_{EQ} &= M_{eq} C' S_a (t'T) w A / R_m \\
 &= \frac{\mu_{M_{eq}} \mu_{C'} \mu_{S_a} \mu_w \mu_A}{\mu_{R_m}} \frac{M_{eq}}{\mu_{M_{eq}}} \frac{C'}{\mu_{C'}} \frac{S_a}{\mu_{S_a}} \frac{w}{\mu_w} \frac{A}{\mu_A} \frac{\mu_{R_m}}{R_m} \\
 &= \Omega_{EQ} \frac{\tilde{M}_{eq} \tilde{C}' \tilde{S}_a \tilde{w} \tilde{A}}{\tilde{R}_m} \approx \Omega_{EQ} \frac{\tilde{M}_{eq} \tilde{C}' \tilde{t}' \tilde{w} \tilde{A}}{\tilde{R}_m} = \Omega_{EQ} \tilde{q}_{EQ}
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

여기서 tilde 가 붙은 변수는 원래 변수를 평균에 대해 표준화한 변수로 평균은 1 이 되고, 변동계수는 원래 변수의 값과 같다. 응답스펙트럼 가속도 S_a 의 통계특성의 경우 선행된 통계특성이 없으나, t' 의 변동성이 크지 않을 때, $t'T$ 의 변화에 의한 $S_a(t'T)$ 의 변화가 선형적이라고 가정해 확률변수 \tilde{S}_a 를 \tilde{t}' 으로 대체했다. 평균으로 표준화된 지진하중 \tilde{q}_{EQ} 를 다시 쓰면 식 (2.17)과 같다.

$$\tilde{q}_{EQ} = \frac{\tilde{M}_{eq} \tilde{C}' \tilde{t}' \tilde{w} \tilde{A}}{\tilde{R}_m} \tag{2.17}$$

이를 구성하는 표준화된 확률변수들의 통계특성은 표 2.8 과 같다. 표준화된 최대지반가속도 \tilde{A} 를 제외한 나머지 확률변수들은 표 2.1 로부터

도출할 수 있으며, \tilde{A} 의 변동계수는 식 (2.18) ~ (2.19)에 따라 최적화에 의해 결정된 k 에만 의존하는 상수가 된다.

$$\delta_A = \frac{\sigma_A}{\mu_A} = \frac{v \sqrt{\Gamma(1-\frac{2}{k}) - \Gamma^2(1-\frac{1}{k})}}{v \Gamma(1-\frac{1}{k})} = \sqrt{\frac{\Gamma(1-\frac{2}{k})}{\Gamma^2(1-\frac{1}{k})} - 1} \quad (2.18)$$

$$\delta_{\tilde{A}} = \frac{\sigma_{\tilde{A}}}{\mu_{\tilde{A}}} = \frac{\sigma_A / \mu_A}{1} = \delta_A \quad (2.19)$$

표 2.9. 표준화된 확률변수들의 통계특성

확률변수	평균	변동계수	분포타입
\tilde{M}_{eq}	1	0.20	정규분포
\tilde{C}'	1	0.40	정규분포
\tilde{t}'	1	0.20	정규분포
\tilde{w}	1	0.05	정규분포
\tilde{R}_m	1	0.34	정규분포
\tilde{A}	1	1.0693	프레체분포

표 2.9의 통계특성을 이용해 몬테-카를로 시뮬레이션을 수행한다. 이때, 평균으로 표준화된 지진하중효과 \tilde{q}_{EQ} 는 응답스펙트럼에 근거한 지진하중의 특성상 항상 0보다 커야 한다. 또한 개별 확률변수들을 발생시키는 과정에 있어 분모에 위치한 표준화된 응답수정계수 \tilde{R}_m 이 0에 매우 근접한 값으로 발생할 경우 전체 값을 왜곡하는 현상이 발생한다. 이러한 이유에 의해 몬테-카를로 시뮬레이션을 수행할 때 정규확률변수들은 절단된 정

규분포(truncated normal distribution)를 적용하여 발생시켰다. 이와 관련한 자세한 내용은 부록 A에 첨부한다.

더불어 표준화된 최대지반가속도 \tilde{A} 를 난수발생시키는 과정에 있어 표준편차의 수렴성에 문제가 발생한다. 매트랩에서 단일확률변수에 대해 난수를 발생시킬 때 가능한 가장 큰 차수인 크기 10^9 개인 표본을 발생시키는 경우에도 평균은 충분히 수렴하지만 표준편차가 완벽하게 수렴하지 않는다(그림 2.3 ~ 2.4). 따라서 반복적으로 표본을 발생시켜 얻은 표본평균과 표본표준편차의 평균값을 취하는 방식으로 통계특성을 추정한다. 총 6개의 확률변수를 각각 10^8 개씩 발생시켜 크기 10^8 개의 \tilde{q}_{EQ} 표본을 총 100회 반복하여 발생시켰다. 그 결과 100 세트 표본표준편차의 변동계수가 2.78% 수준으로 작아 추정된 값을 사용하기에 무리가 없음을 확인했다.

표 2.10. \tilde{q}_{EQ} 의 표본통계특성의 평균과 변동계수 ($N=10^8$, 100 세트)

시도	평균	표준편차	변동계수
평균	1.1624	1.7531	1.5082
변동계수	0.0001	0.0278	0.0277

실제 100 세트의 결과를 부록 B에 첨부한다.

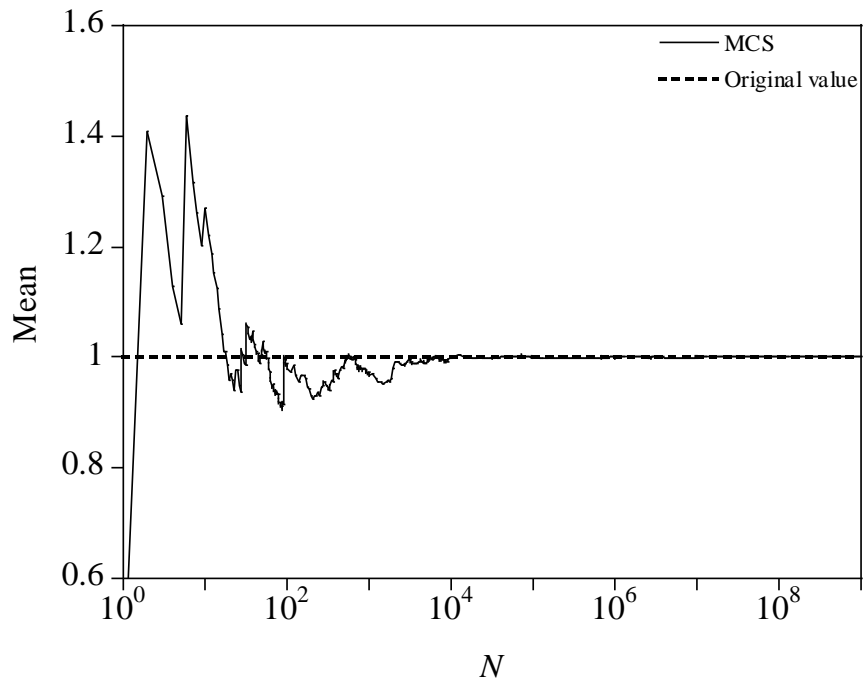


그림 2.4 \tilde{A} 에 대한 몬테-카를로 시뮬레이션 (평균, $N=10^9$)

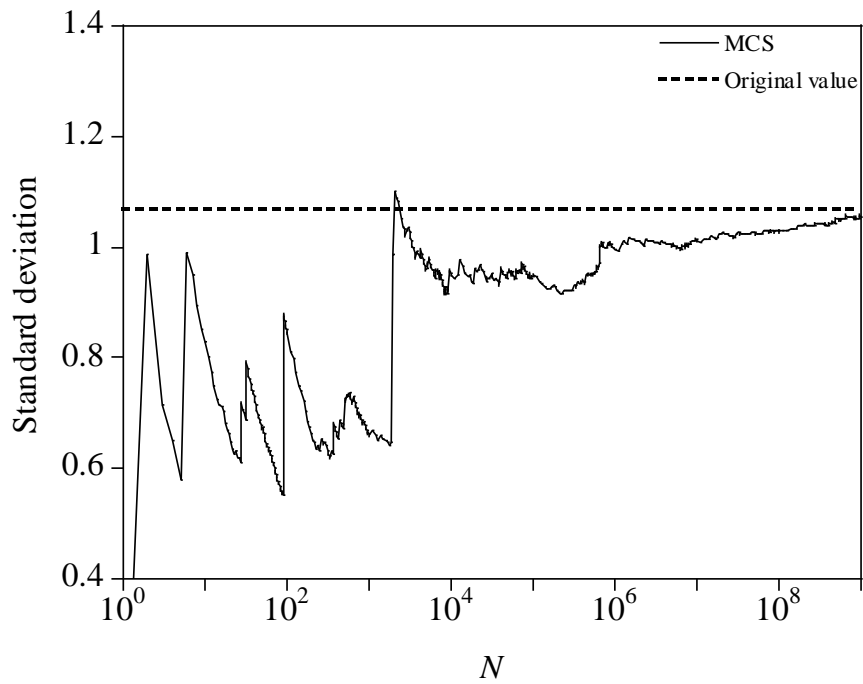


그림 2.5 \tilde{A} 에 대한 몬테-카를로 시뮬레이션 (표준편차, $N=10^9$)

2.3.2. 콜모고로프-스미르노프 검정에 의한 지진하중효과의 분포타입 도출

콜모고로프-스미르노프 검정은 가지고 있는 데이터를 기반으로 해당 확률 변수가 어떤 분포타입을 따르는지 판정하는 기법으로, 검정하고자하는 분포타입의 이론적 누적분포함수 $F_X(x)$ 와 데이터에 의한 경험적 누적분포함수 $S_n(x)$ 간 차이의 최대값을 주어진 유의수준 α 에서의 한계치 D_n^α 와 비교해 해당 분포가 적절한지 판단하는 기법이다.

$$S_n(x) = \begin{cases} 0 & x_i < x_1 \\ \frac{i}{N+1} & x_i \leq x < x_{i+1} \\ 1 & x \geq x_N \end{cases} \quad (2.17)$$

$$D_n = \max_x |F_X(x) - S_n(x)| \quad (2.18)$$

일반적인 경우 상대적으로 적은 개수의 데이터로부터 도출한 D_n 값이 한계치 D_n^α 값보다 작아야 해당 분포를 기각하지 않지만, 이 연구에서처럼 대단히 많은 수의 데이터를 대상으로 수행할 경우 한계치 D_n^α 값이 매우 작아질 수 밖에 없어 가장 D_n 값이 작은 분포를 채택하는 방식을 채택했다. 경험적 누적분포함수는 unbiased 된 Weibull plotting position 을 사용했다. 발생시키는 표본의 크기가 매우 커서 경험적 누적분포함수의 종류는 사실상 검정에 주는 영향이 없다. 표준화된 지진하중효과 \tilde{q}_{EQ} 의 검정대상으로 고려한 분포타입은 정규분포, 대수정규분포, 감마분포, 검블분포, 프레체분

포, 와이불분포의 6 가지이며 크기 10^8 개짜리 표본을 30 세트 발생시켜 D_n 값들을 비교했다. 모든 경우에 대수정규분포의 D_n 값이 가장 작았으며, 이에 따라 지진하중효과의 분포는 정규대수분포가 가장 적절한 것으로 판단할 수 있었다. 그림 2.6 ~ 2.11 은 첫 번째 표본의 콜모고로프-스미르노프 검정의 결과를 각 분포타입별로 이론적 누적분포함수와 경험적 누적분포함수를 함께 도시한 것이다. 실제 30 세트의 결과를 부록 C 에 첨부한다.

표 2.11. 콜모고로프-스미르노프 검정 결과 ($N=10^8$, 30 세트)

시도	정규	정규대수	감마	검블	프레체	와이불
평균	0.2577	0.1236	0.3007	0.5407	0.2005	0.2544

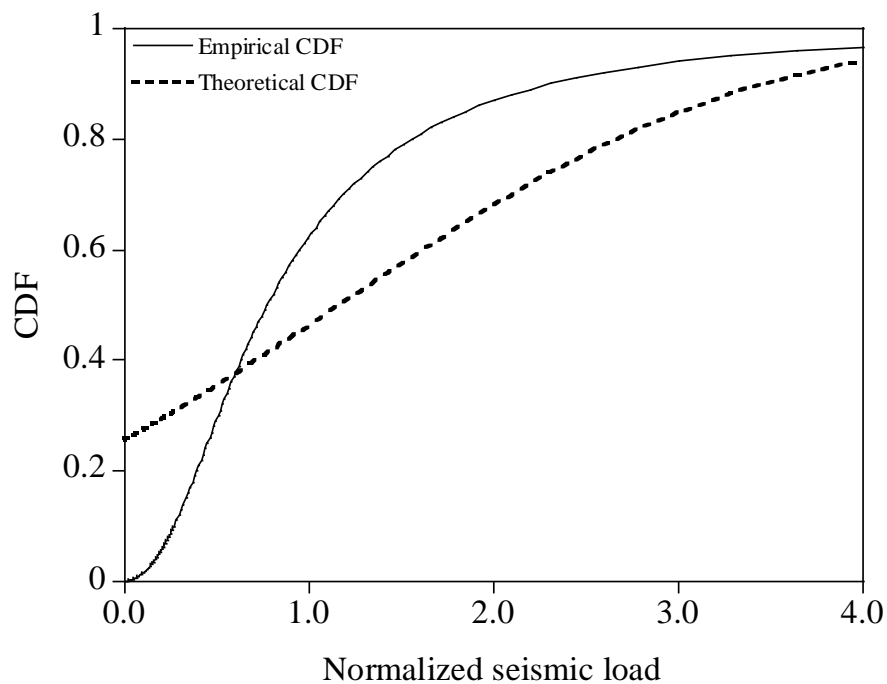


그림 2.6 콜모고로프-스미르노프 검정 (정규분포)

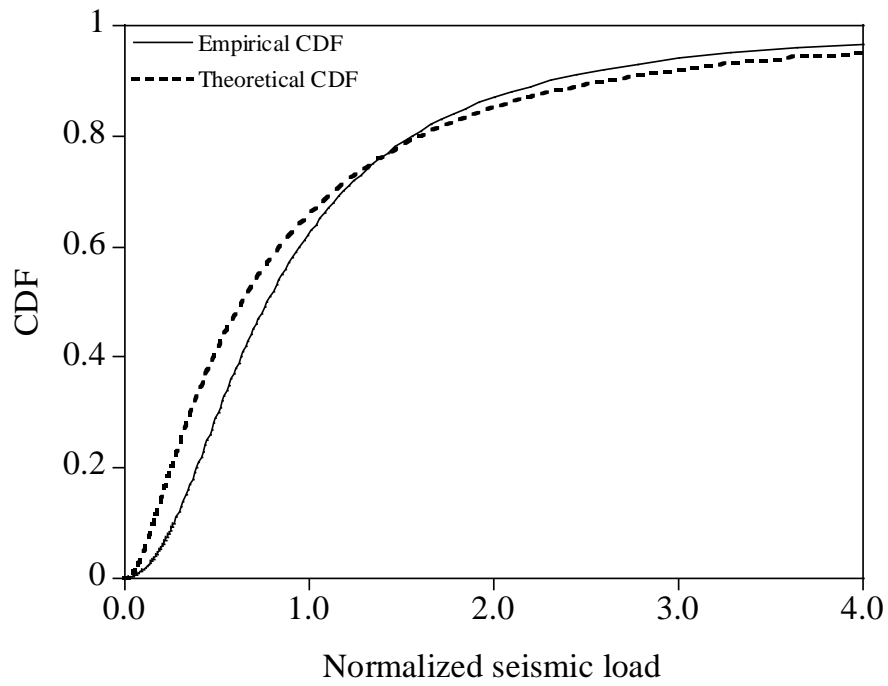


그림 2.7 콜모고로프-스미르노프 검정 (정규대수분포)

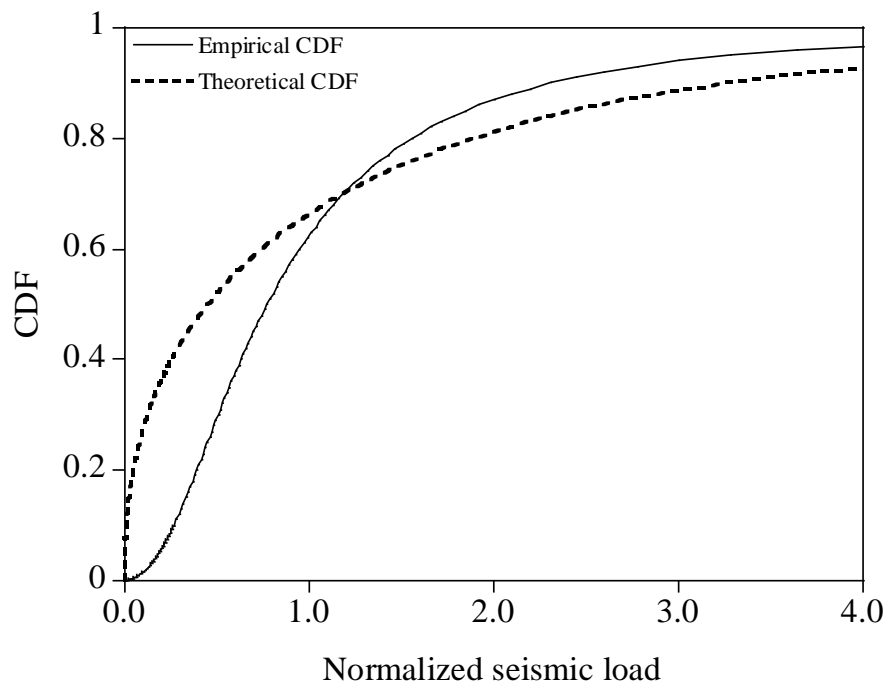


그림 2.8 콜모고로프-스미르노프 검정 (감마분포)

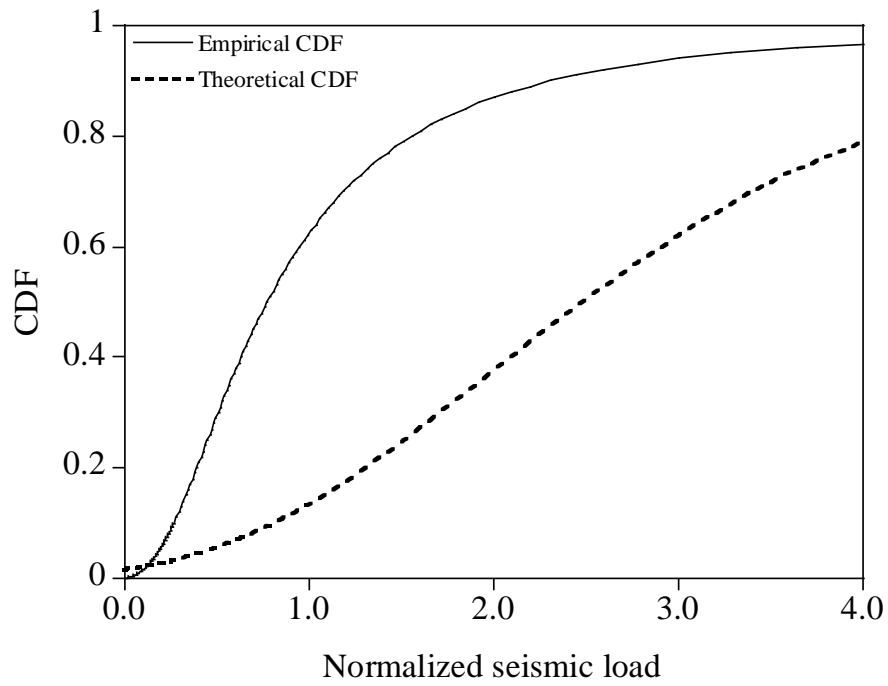


그림 2.9 콜모고로프-스미르노프 검정 (검블분포)

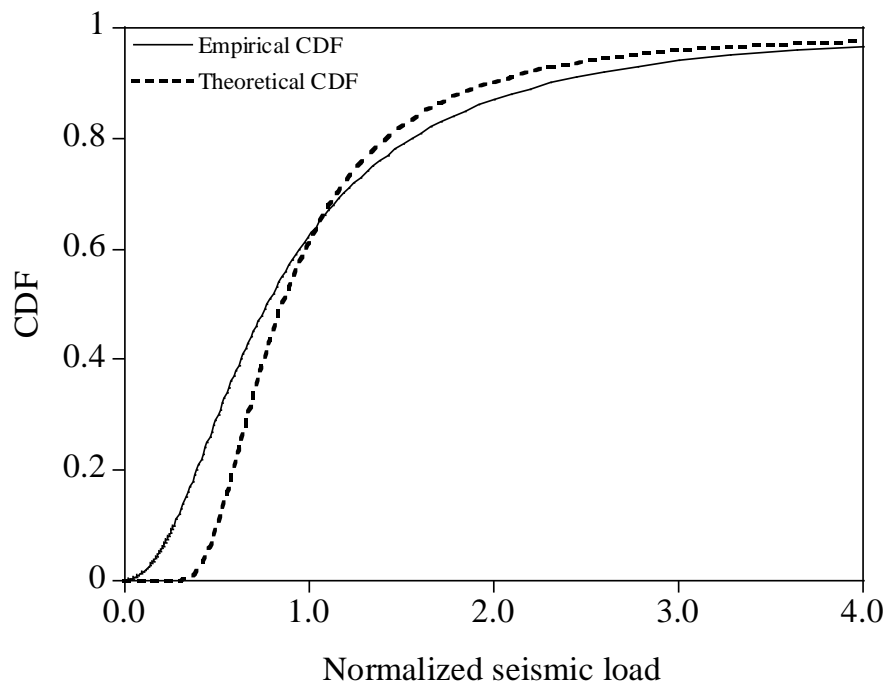


그림 2.10 콜모고로프-스미르노프 검정 (프레체분포)

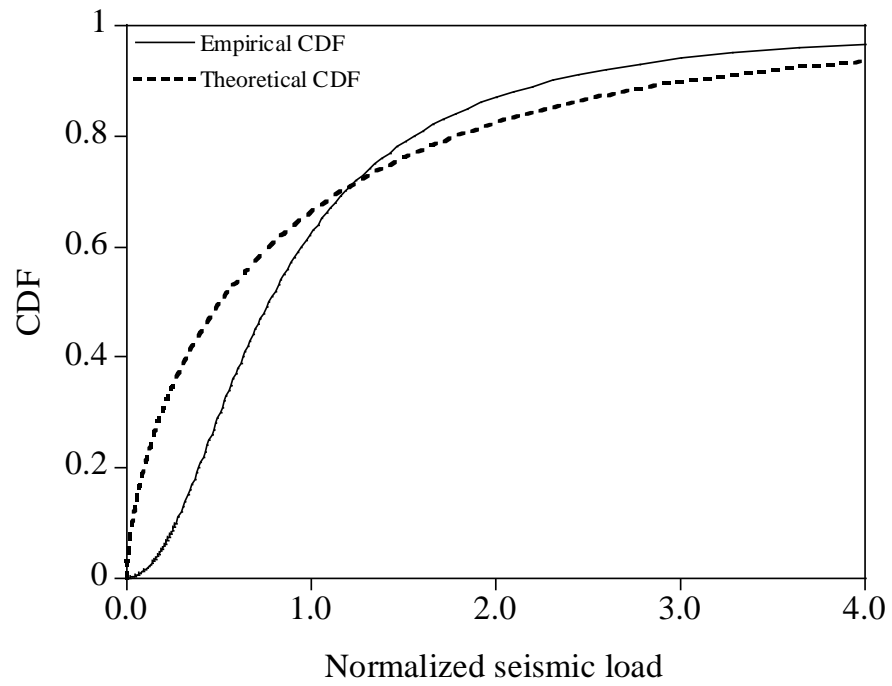


그림 2.11 콜모고로프-스미르노프 검정(와이불분포)

3. 지진하중조합의 한계상태

전술한 바와 같이 국내의 도로교설계기준(한계상태설계법)은 다양한 종류의 하중조합에 대한 설계를 명시하고 있다. 이 장에서는 지진하중조합의 표준화된 선형한계상태를 수학적으로 정식화한다. 이 정식화 과정은 Lee 등의 (2018)의 연구내용에 기반하며, 총 공칭하중효과에 의한 확률변수의 표준화, 하중비에 의한 매개화를 포함한다. 또한 기본적인 신뢰도분석 방법을 소개한다.

3.1. 지진하중조합

하중-저항계수 설계법에 근거한 설계식은 다음과 같이 표현된다.

$$\phi_p (S_p)_0 = \sum_i \gamma_i (Q_i)_0 \quad (3.1)$$

여기서 S 는 강도, Q 는 하중효과, ϕ , γ 는 각각 저항계수와 하중계수를 나타낸다. 아래첨자 0은 확률변수의 공칭값을 나타내고, p 는 강도를 발현하는 재료의 종류, i 는 하중효과의 종류를 나타낸다. 1, 2차 고정하중과 차량 활하중 및 지진하중으로 구성된 지진하중조합의 설계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_p (S_p)_0 &= \gamma_{DC} (Q_{DC})_0 + \gamma_{DW} (Q_{DW})_0 + \gamma_{LL} (Q_{LL})_0 + \gamma_{EQ} (Q_{EQ})_0 \\ &\text{for } p = RC, ST, PC \end{aligned} \quad (3.2)$$

여기서 RC, ST, PC는 각각 철근콘크리트, 강, 프리스트레스트 콘크리트를

지칭하며, DC , DW , LL , EQ 는 각각 1 차고정하중, 2 차고정하중, 차량활하중, 지진하중을 나타낸다.

3.2. 표준화된 지진하중조합의 한계상태와 하중비

후술할 표준화 과정은 Lee 등(2018)의 연구에 의한 하중-저항계수 결정법의 핵심적인 개념이며, 지진하중조합에 대한 한계상태함수는 다음과 같이 표현된다.

$$G = S - \sum_i Q_i \text{ for } i = DC, DW, LL, EQ \quad (3.3)$$

주어진 한계상태함수의 모든 확률변수를 총공칭하중효과로 표준화하면 식 (3.4)와 같아진다. 이 때 $\bar{}$ 는 표준화된 확률변수를 나타낸다.

$$\bar{G} = \frac{G}{C_0} = \frac{S - \sum_i Q_i}{C_0} = \bar{S} - \sum_i \bar{Q}_i \quad (3.4)$$

where $C_0 = (Q_{DC})_0 + (Q_{DW})_0 + (Q_{LL})_0 + (Q_{EQ})_0$

표준화 과정에 따라 식 (3.1)은 표준화된 설계식으로 다시 써질 수 있다.

$$\phi_p(\bar{S}_p)_0 = \frac{\phi_p(S_p)_0}{C_0} = \frac{\sum_i \gamma_i (Q_i)_0}{C_0} = \sum_i \gamma_i (\bar{Q}_i)_0 \quad (3.1)$$

또한, 표준화된 확률변수의 편심계수와 변동계수는 원래 변수의 값과

동일하다.

$$\mu_{\bar{X}} = \frac{\mu_X}{C_0} = \frac{\lambda_X X_0}{C_0} = \lambda_X \bar{X}_0 \quad (3.5)$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{C_0} = \frac{\lambda_X \delta_X X_0}{C_0} = \lambda_X \delta_X \bar{X}_0 \quad (3.6)$$

표준화된 한계상태에서 각 확률변수들의 공칭값은 하중비로 매개화될 수 있다. 다음의 하중비를 정의한다.

$$\zeta = \frac{(Q_{DC})_0 + (Q_{DW})_0 + (Q_{LL})_0}{(Q_{DC})_0 + (Q_{DW})_0 + (Q_{LL})_0 + (Q_{EQ})_0}, \quad (3.5)$$

$$\xi = \frac{(Q_{DC})_0 + (Q_{DW})_0}{(Q_{DC})_0 + (Q_{DW})_0 + (Q_{LL})_0}, \quad (3.6)$$

$$\eta = \frac{(Q_{DC})_0}{(Q_{DC})_0 + (Q_{DW})_0} \quad (3.7)$$

ζ 는 총공칭하중효과에서 중력방향하중효과의 비, ξ 는 중력방향하중효과에서 고정하중효과의 비, η 는 고정하중효과에서 1 차고정하중효과의 비로 정의된다. 순서대로 간략하게 중력방향하중비, 고정하중비, DC 하중비로 칭한다.

정의된 하중비에 의해 개별확률변수들의 공칭하중효과가 매개화되며, 설계식에 의한 공칭강도가 하중비에 의해 표현된다.

$$(\bar{Q}_{DC})_0 = \frac{(Q_{DC})_0}{C_0} = \zeta \xi \eta \quad (3.8)$$

$$(\bar{Q}_{DW})_0 = \frac{(Q_{DW})_0}{C_0} = \zeta \xi (1 - \eta) \quad (3.9)$$

$$(\bar{Q}_{LL})_0 = \frac{(Q_{LL})_0}{C_0} = \zeta (1 - \xi) \quad (3.10)$$

$$(\bar{Q}_{EQ})_0 = \frac{(Q_{EQ})_0}{C_0} = 1 - \zeta \quad (3.11)$$

$$(\bar{S}_p)_0 = \frac{1}{\phi_p} (\gamma_{DC} \zeta \xi \eta + \gamma_{DW} \zeta \xi (1 - \eta) + \gamma_{LL} \zeta (1 - \xi) + \gamma_{EQ} (1 - \zeta)) \quad (3.12)$$

표준화된 한계상태에서 하중효과와 저항강도가 하중비에 의해 표현되면, 구조형식에 무관하게 공칭하중효과와 공칭강도의 절대적인 크기가 아닌 상대적인 비율에 의해 신뢰도지수 및 하중-저항계수에 영향이 주어진다.

지진하중조합의 하중비 영역은 지진하중효과가 지배적인 조합이므로 중력방향하중비 ζ 가 절반 이하가 되도록 $0 \sim 0.5$, 고정하중비는 ξ 는 단경간교와 장경간교를 아우르도록 $0.2 \sim 0.8$, DC 하중비는 일반적인 영역 $0.65 \sim 0.95$ 로 설정했다.

표 3.1 지진하중조합의 하중비영역

하중비	중력방향하중비	고정하중비	DC 하중비
영역	$0 \leq \zeta \leq 0.5$	$0.2 \leq \xi \leq 0.8$	$0.65 \leq \eta \leq 0.95$

3.3. 신뢰도분석 기법

3.3.1. 개선된 일계이차모멘트법

표준화된 한계상태함수의 신뢰도지수는 개선된 일계이차모멘트법(AFOSM, Haldar and Mahadevan, 2000)에 의해 계산할 수 있다.

$$\beta = \frac{\mu_{\bar{S}}^{eq} - \sum_j \mu_{\bar{Q}_j}^{eq}}{\sqrt{(\sigma_{\bar{S}}^{eq})^2 + \sum_j (\sigma_{\bar{Q}_j}^{eq})^2}} \quad (3.13)$$

여기서 β 는 신뢰도지수이며, 윗첨자 eq 는 정규분포를 따르지 않는 비정규 확률변수의 파괴점에서의 등가의 정규분포값을 의미한다.

개선된 일계이차모멘트법은 표준정규확률공간 상에서 한계상태함수 값이 0인 곡면상에서 원점과 가장 가까운 점까지의 거리를 의미하며, 이 점이 MPFP(Most probable failure point) 혹은 파괴점이다. 파괴점은 파괴점 상에서의 등가의 평균과 표준편차, 신뢰도지수를 이용해 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{S}^* = \mu_{\bar{S}}^{eq} - \frac{\sigma_{\bar{S}}^{eq}}{\sqrt{(\sigma_{\bar{S}}^{eq})^2 + \sum_j (\sigma_{\bar{Q}_j}^{eq})^2}} \beta = \mu_{\bar{S}}^{eq} - \frac{(\sigma_{\bar{S}}^{eq})^2 (\mu_{\bar{S}}^{eq} - \sum_j \mu_{\bar{Q}_j}^{eq})}{(\sigma_{\bar{S}}^{eq})^2 + \sum_j (\sigma_{\bar{Q}_j}^{eq})^2} \quad (3.14)$$

$$\bar{Q}_i^* = \mu_{\bar{Q}_i}^{eq} + \frac{\sigma_{\bar{Q}_i}^{eq}}{\sqrt{(\sigma_{\bar{S}}^{eq})^2 + \sum_j (\sigma_{\bar{Q}_j}^{eq})^2}} \beta = \mu_{\bar{Q}_i}^{eq} + \frac{(\sigma_{\bar{Q}_i}^{eq})^2 (\mu_{\bar{S}}^{eq} - \sum_j \mu_{\bar{Q}_j}^{eq})}{(\sigma_{\bar{S}}^{eq})^2 + \sum_j (\sigma_{\bar{Q}_j}^{eq})^2} \quad (3.15)$$

3.3.2. Rackwitz-Fiessler 변환

Rackwitz-Fiessler 변환(Rackwitz and Fiessler, 1978)은 정규분포를 따르지 않는 비정규확률변수들에 대해 정규분포의 확률밀도함수와 누적분포함수값이 동일해지는 두 가지 조건에 의해 등가의 평균과 표준편차를 도출한다.

$$\Phi\left(\frac{X^* - \mu_X^{eq}}{\sigma_X^{eq}}\right) = F_X(X^*, \mu_X, \sigma_X), \quad (3.16)$$

$$\frac{1}{\sigma_X^{eq}} \phi\left(\frac{X^* - \mu_X^{eq}}{\sigma_X^{eq}}\right) = f_X(X^*, \mu_X, \sigma_X) \quad (3.17)$$

$$\sigma_X^{eq} = \phi(\Phi^{-1}(F_X(X^*, \mu_X, \sigma_X))) / f_X(X^*, \mu_X, \sigma_X) \quad (3.18)$$

$$\mu_X^{eq} = X^* - \sigma_X^{eq} \Phi^{-1}(F_X(X^*, \mu_X, \sigma_X)) \quad (3.19)$$

3.4. 평균재현주기 대 설계수명의 비

태풍이나 지진과 같은 극단적인 자연재해에 의한 하중의 경우 고려하는 재현주기가 상당히 길다. 현재 내진설계 기준은 구조물의 설계수명과 이에 대해 만족시키는 성능수준에 따라 설계지진의 평균재현주기를 설정해 이에 상응하는 설계지반가속도를 제시하고 있다. 이와 관련하여 평균재현주기 대 설계수명의 비인 RRD(Ratio of Return period to Design life)의 개념을 도입한다.

$$n = R / t_D \quad (3.20)$$

여기서 R 은 재해하중의 평균재현주기를 나타내며, t_D 는 구조물의 설계수

명을 나타낸다.

현재 내진설계 기준의 경우 인명보호수준으로 구조물의 단면을 설계하고, 붕괴방지수준으로 구조물의 붕괴를 검토한다. 마지막으로 기능수행수준으로 사용성을 검토한다. 예를 들어 설계수명이 200 년인 구조물의 경우 2400 년 재현주기 지반운동에 대하여 단면설계를 수행하고, 4800 년 재현주기 지반운동에 대하여 붕괴검토를 수행하고, 200 년 재현주기 지반운동에 대하여 사용성검토를 수행한다. 이때 각각의 RRD 는 12, 24, 1 이 된다.

설계수명 t_D 동안 최대지반가속도의 누적분포확률과 평균재현주기에 의한 베르누이 비초과확률은 같다.

$$\exp\left(-\left(\frac{v_{t_D}}{A_0}\right)^{k_{t_D}}\right) = \left(1 - \frac{1}{R}\right)^{t_D} \quad (3.21)$$

양변에 로그를 취하고, R 이 1 보다 매우 크므로 근사할 수 있다. 따라서 RRD 와 설계지반가속도(공칭지반가속도) 사이의 관계를 도출할 수 있다.

$$-\left(\frac{v_{t_D}}{A_0}\right)^k = t_D \ln\left(1 - \frac{1}{R}\right) \approx -\frac{t_D}{R} = -\frac{1}{n} \rightarrow n = \left(\frac{A_0}{v_{t_D}}\right)^{\frac{1}{k}} \text{ or } A_0 = v_{t_D} n^{1/k} \quad (3.22)$$

한편, 식 (2.1)의 지진하중효과에 대하여 공칭지진하중효과를 모든 변수의 공칭값을 적용했을 때로 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned}
(Q_{EQ})_0 &= \frac{N_{M_{eq}} N_{C'} N_{S_a} N_w N_A}{N_{R_m}} \\
&= \frac{\mu_{M_{eq}} \mu_{C'} \mu_{S_a} \mu_w \mu_A}{\mu_{R_m}} \frac{N_{M_{eq}}}{\mu_{M_{eq}}} \frac{N_{C'}}{\mu_{C'}} \frac{N_{S_a}}{\mu_{I'}} \frac{N_w}{\mu_w} \frac{N_A}{\mu_w} \frac{\mu_{R_m}}{N_{R_m}} \\
&= \Omega_{EQ} \frac{\lambda_{R_m}}{\lambda_{M_{eq}} \lambda_{C'} \lambda_{S_a} \lambda_w \lambda_A} = \Omega_{EQ} \frac{\lambda_{R_m}}{\lambda_{M_{eq}} \lambda_{C'} \lambda_{I'} \lambda_w \lambda_A} \\
&= 1.0582 \Omega_{EQ} \frac{1}{\lambda_A}
\end{aligned} \tag{3.23}$$

여기서 N 은 공칭값을 의미한다. 새로 정의한 공칭지진하중효과를 이용해 지진하중효과의 편심계수와 최대지반가속도의 편심계수 사이의 관계를 도출할 수 있다.

$$\lambda_{EQ} = \frac{\mu_{EQ}}{(Q_{EQ})_0} = \frac{\Omega_{EQ} \mu_{\tilde{q}_{EQ}}}{1.0582 \Omega_{EQ} / \lambda_A} = 1.0985 \lambda_A \tag{3.24}$$

그런데 최대지반가속도의 통계상수를 표 2.7 에서 도출한 바 있으며, 평균으로 표준화한 지진하중효과의 평균값또한 표 2.9 에서 도출한 바 있다. 이에 따라 지진하중효과의 편심계수는 다음과 같다.

$$\lambda_{EQ} = 1.0985 \frac{\Gamma(1-1/k_A)}{(n_A)^{1/k_A}} = \frac{1.6473}{(n_A)^{0.4045}} \tag{3.25}$$

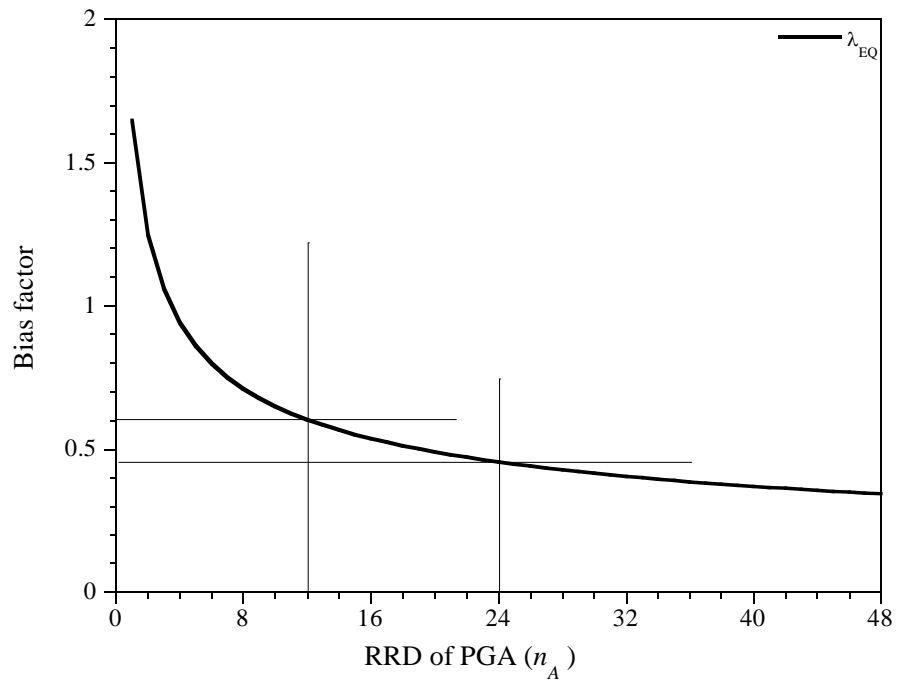


그림 3.1 최대지반가속도의 RRD 와 지진하중의 편심계수의 관계

4. 지진하중조합의 하중-저항계수 결정

4.1. 목표신뢰도지수의 설정

지진하중조합의 한계상태에서 중력방향하중효과가 포함되어 있지만 지배적인 주하중은 지진하중효과이다. 이는 한계상태함수에서 나머지 확률변수들에 비해 지진하중효과의 변동성이 압도적이기 때문에 파괴점 결정에 지배적인 영향력을 행사하기 때문이다. 파괴점에 하나의 확률변수가 지배적인 영향력을 행사하는 경우 해당 확률변수를 제외한 나머지 확률변수들은 원래 변수의 평균 근방에서 파괴하게 되며, 신뢰도지수에 미치는 영향력이 미미하게 된다. 이에 따라 지진하중조합의 목표신뢰도지수는 지진하중효과만을 고려하여 결정한다. RC 부재에 대한 휨저항계수를 0.9 로 고정하고 최대지반가속도의 RRD 와 목표신뢰도지수의 관계를 살펴볼 수 있다.

$$\phi_{RC}(\bar{S}_{RC})_0 = \gamma_{EQ}(\bar{Q}_{EQ})_0 \quad (4.1)$$

$$\hat{\gamma}_{EQ} = \frac{0.9}{\phi_{RC}} \gamma_{EQ} = \frac{0.9}{\bar{S}_{RC}^*/(\bar{S}_{RC})_0} \frac{\bar{Q}_{EQ}^*}{(\bar{Q}_{EQ})_0} = \frac{0.9}{\lambda_{RC}} \frac{\bar{Q}_{EQ}^*}{\mu_{\bar{Q}_{EQ}}/\lambda_{EQ}} = \frac{0.9\lambda_{EQ}}{\lambda_{RC}} \frac{\bar{Q}_{EQ}^*}{\mu_{\bar{Q}_{EQ}}} = 1 \quad (4.2)$$

지진하중효과의 파괴점에 대한 지배력이 압도적이기 때문에 식 (4.3)의 근사는 합리적이다.

$$\Phi\left(\frac{\ln \bar{Q}_{EQ}^* - \mu_{\ln \bar{Q}_{EQ}}}{\sigma_{\ln \bar{Q}_{EQ}}}\right) = \Phi\left(\frac{\ln(\bar{Q}_{EQ}^*/\mu_{\bar{Q}_{EQ}}) + 0.5\ln(1+\delta_{\bar{Q}_{EQ}}^2)}{\sqrt{\ln(1+\delta_{\bar{Q}_{EQ}}^2)}}\right) \approx \Phi(\beta_T) \quad (4.3)$$

식 (4.2), (4.3), (3.)을 잘 조합하면 목표신뢰도지수와 최대지반가속도의 RRD 사이의 관계가 도출된다. 이를 그림 4.1 에 도시했다.

$$\begin{aligned} \frac{\bar{Q}_{EQ}^*}{\mu_{\bar{Q}_{EQ}}} &= \exp(-0.5 \ln(1 + \delta_{\bar{Q}_{EQ}}^2) + \beta_T \sqrt{\ln(1 + \delta_{\bar{Q}_{EQ}}^2)}) = \frac{0.9\lambda_{RC}}{\lambda_{EQ}} \\ \rightarrow \beta_T &= \frac{\ln(\frac{0.9\lambda_{RC}}{\lambda_{EQ}}) + 0.5 \ln(1 + \delta_{\bar{Q}_{EQ}}^2)}{\sqrt{\ln(1 + \delta_{\bar{Q}_{EQ}}^2)}} = \frac{\ln(0.6715(n_A)^{0.4045}) + 0.5931}{1.0891} \end{aligned} \quad (4.4)$$

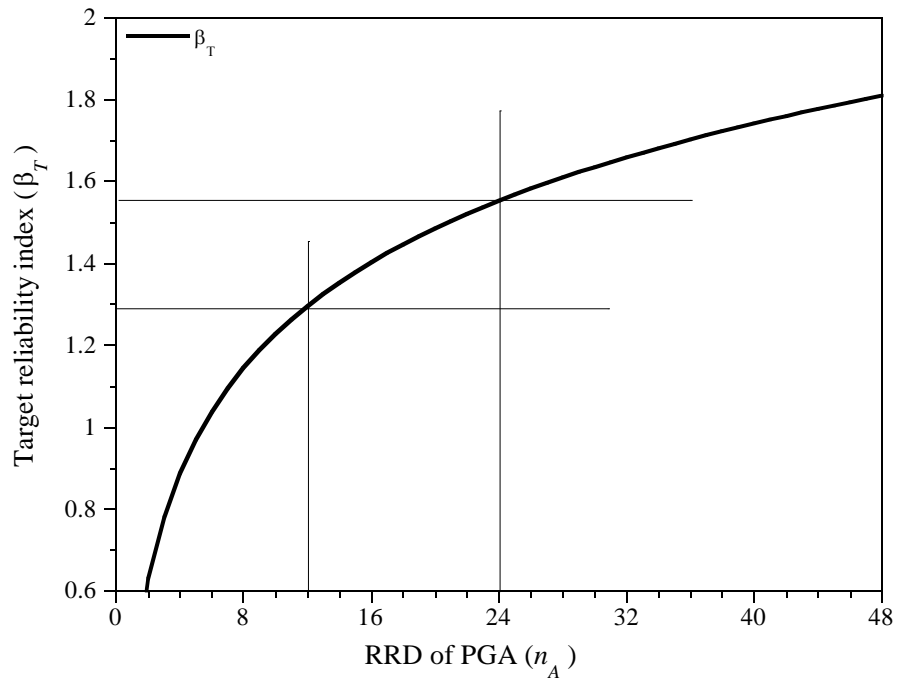


그림 4.1 최대지반가속도의 RRD 와 목표신뢰도지수의 관계

또한 실제 설계에 있어 단면설계에 RRD 10 또는 12 인 인명보호수준을 적용하고 붕괴방지에 RRD 24 의 붕괴방지수준을 적용하므로 이 두 가지 RRD 를 한계상태로 정의하고 각각의 목표신뢰도지수를 1.28 과 1.54 로 설정한다. 지진하중조합의 신뢰도분석에 필요한 저항강도와 하중효과의 통계특성은 표 4.2 에 정리되어 있다.

표 4.1 지진하중조합의 목표신뢰도지수

RRD	12	24
목표신뢰도지수	1.28	1.54

표 4.2 지진하중조합 확률변수들의 통계특성

확률변수		편심계수	변동계수	분포타입	Reference
부재강도	RC	휨	1.229	0.130	대수정규 Paik et al. (2009)
		전단	1.289	0.144	대수정규 Paik et al. (2009)
	ST	휨	1.180	0.093	대수정규 신동구 (2006)
		전단	1.224	0.115	대수정규 배창훈 (2016)
	PC	휨	1.056	0.073	대수정규 Paik et al. (2009)
		전단	1.274	0.139	대수정규 Paik et al. (2009)
하중효과	DC(FM/CIP)		1.03/1.05	0.08/0.10	정규 Nowak (1999)
	DW		1.00	0.25	정규 Nowak (1999)
	LL		1.00	0.20	대수정규 이승한 (2014)
	EQ		$1.6473/n_A$	1.5082	대수정규 Present study

4.2. 역신뢰도해석

일반적으로 목표신뢰도지수 β_T 를 정확히 만족시키는 강도를 목표강도 \bar{S}_T 라 지칭하며, 식 (4.)와 같이 정의되는 문제를 일반적으로 역신뢰도분석(Der Kiureghian et al., 1994)이라고 한다.

$$\beta(\bar{S}_T(\zeta, \xi, \eta)) = \beta_T \quad (4.5)$$

개별 확률변수들의 평균과 표준편차에 따라 신뢰도지수가 비선형적인 특성을 나타내므로 목표강도 찾기 위해 반복계산에 의한 비선형해법이 필요하다. Lee 등(2018)은 Newton-Raphson 법에 기반한 증분형 반복계산법에 의해 역신뢰도해석을 수행해 목표강도를 산출했다.

$$\beta((\bar{S}_T)_{k+1}) \approx \beta((\bar{S}_T)_k) + \left. \frac{\partial \beta}{\partial \bar{S}_T} \right|_{(\bar{S}_T)_k} \Delta \bar{S}_T = \beta_T \quad (4.6)$$

$$\Delta \bar{S}_T = \left. \frac{\partial \beta}{\partial \bar{S}_T} \right|_{(\bar{S}_T)_k} (\beta_T - \beta((\bar{S}_T)_k)) \quad (4.7)$$

4.3. 강도최적화에 의한 하중-저항계수 결정

Lee 등(2018)은 역신뢰도해석에 의해 도출한 목표강도와 하중-저항계수에 의한 설계강도 사이의 오차의 제곱합을 최소화하는 최적화 문제를 구성한 바 있다. 이 연구에서 같은 방식으로 강도기반 최적화를 수행한다.

$$\begin{aligned}
\min_{\mathbf{x}} \Pi &= \frac{1}{2} \sum_p \int_{\zeta_l}^{\zeta_u} \int_{\xi_l}^{\xi_u} \int_{\eta_l}^{\eta_u} (\bar{S}_0^p(\mathbf{x}, \zeta, \xi, \eta) - \bar{S}_T^p(\zeta, \xi, \eta))^2 d\eta d\xi d\zeta \\
&= \frac{1}{2} \int_{\zeta_l}^{\zeta_u} \int_{\xi_l}^{\xi_u} \int_{\eta_l}^{\eta_u} \|\bar{\mathbf{S}}_0 - \bar{\mathbf{S}}_T\|_2^2 d\eta d\xi d\zeta
\end{aligned} \tag{4.8}$$

여기서 \bar{S}_0^p 와 \bar{S}_T^p 는 각각 재료 p 에 대한 설계공칭강도와 목표강도를 나타내며, $\|\cdot\|_2$ 은 2-norm 오차를 의미한다. 하중비 ζ, ξ, η 의 아래첨자 u 와 l 은 상한과 하한을 의미하며, 볼드체로 표시된 변수들은 벡터 혹은 행렬로 재료별 변수들을 함께 정의한 것이다.

$$\mathbf{x} = (\phi^{RC}, \phi^{ST}, \phi^{PC}, \gamma_{DC}, \gamma_{DW}, \gamma_{LL}, \gamma_{EQ})^T = (\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\gamma})^T \tag{4.9}$$

$$\bar{\mathbf{S}}_0 = (\bar{S}_0^{RC}, \bar{S}_0^{ST}, \bar{S}_0^{PC})^T, \quad \bar{\mathbf{S}}_T = (\bar{S}_T^{RC}, \bar{S}_T^{ST}, \bar{S}_T^{PC})^T \tag{4.10}$$

비선형 문제를 풀기 위해 식 (4.8)의 목적함수의 하중-저항계수에 대한 변분을 취하고, 1 계 필요조건을 얻는다.

$$\delta_{\mathbf{x}} \Pi = \int_{\zeta_l}^{\zeta_u} \int_{\xi_l}^{\xi_u} \int_{\eta_l}^{\eta_u} \delta_{\mathbf{x}} \bar{\mathbf{S}}_0^T \cdot (\bar{\mathbf{S}}_0 - \bar{\mathbf{S}}_T) d\eta d\xi d\zeta \tag{4.11}$$

증분형 반복계산을 위해 설계강도에 대해 1 차 테일러 근사를 한다.

$$\bar{\mathbf{S}}_0(\mathbf{x}_{k+1}) \approx \bar{\mathbf{S}}_0(\mathbf{x}_k) + \frac{\partial \bar{\mathbf{S}}_0}{\partial \boldsymbol{\phi}} \Delta \boldsymbol{\phi} + \frac{\partial \bar{\mathbf{S}}_0}{\partial \boldsymbol{\gamma}} \Delta \boldsymbol{\gamma} = \bar{\mathbf{S}}_0(\mathbf{x}_k) + \bar{\mathbf{h}}^\phi \Delta \boldsymbol{\phi} + \bar{\mathbf{h}}^\gamma \Delta \boldsymbol{\gamma} = \bar{\mathbf{S}}_0(\mathbf{x}_k) + \bar{\mathbf{h}} \Delta \mathbf{x} \tag{4.12}$$

$$\delta_{\mathbf{x}} \bar{\mathbf{S}}_0 + \frac{\partial \bar{\mathbf{S}}_0}{\partial \boldsymbol{\phi}} \delta \boldsymbol{\phi} + \frac{\partial \bar{\mathbf{S}}_0}{\partial \boldsymbol{\gamma}} \delta \boldsymbol{\gamma} = \bar{\mathbf{h}}^\phi \delta \boldsymbol{\phi} + \bar{\mathbf{h}}^\gamma \delta \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{h}}^\phi & \bar{\mathbf{h}}^\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \boldsymbol{\phi} \\ \delta \boldsymbol{\gamma} \end{pmatrix} = \bar{\mathbf{h}} \delta \mathbf{x} \tag{4.13}$$

여기서 $\bar{\mathbf{h}}^\phi$, $\bar{\mathbf{h}}^\gamma$ 는 다음과 같다.

$$\bar{\mathbf{h}}^\phi = - \begin{bmatrix} \frac{\bar{S}_0^{RC}}{\phi^{RC}} & 0 \\ \frac{\bar{S}_0^{ST}}{\phi^{ST}} & \\ 0 & \frac{\bar{S}_0^{PC}}{\phi^{PC}} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{h}}^\gamma = \begin{bmatrix} \frac{(\bar{Q}_{DC})_0}{\phi^{RC}} & \frac{(\bar{Q}_{DW})_0}{\phi^{RC}} & \frac{(\bar{Q}_{LL})_0}{\phi^{RC}} & \frac{(\bar{Q}_{EQ})_0}{\phi^{RC}} \\ \frac{(\bar{Q}_{DC})_0}{\phi^{ST}} & \frac{(\bar{Q}_{DW})_0}{\phi^{ST}} & \frac{(\bar{Q}_{LL})_0}{\phi^{ST}} & \frac{(\bar{Q}_{EQ})_0}{\phi^{ST}} \\ \frac{(\bar{Q}_{DC})_0}{\phi^{PC}} & \frac{(\bar{Q}_{DW})_0}{\phi^{PC}} & \frac{(\bar{Q}_{LL})_0}{\phi^{PC}} & \frac{(\bar{Q}_{EQ})_0}{\phi^{PC}} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

식 (4.12)와 (4.13)을 식 (4.11)에 대입해 1 계 필요조건에 대한 증분형 반복 계산식을 도출한다.

$$\begin{aligned} \delta_{\mathbf{x}}\Pi &= \int_{\zeta_l}^{\zeta_u} \int_{\xi_l}^{\xi_u} \int_{\eta_l}^{\eta_u} (\bar{\mathbf{h}}\delta\mathbf{x})^T \cdot (\bar{\mathbf{S}}_0(\mathbf{x}_k) - \bar{\mathbf{S}}_T + \bar{\mathbf{h}}\Delta\mathbf{x}) d\eta d\xi d\zeta \\ &= \delta\mathbf{x}^T \int_{\zeta_l}^{\zeta_u} \int_{\xi_l}^{\xi_u} \int_{\eta_l}^{\eta_u} \bar{\mathbf{h}}^T \cdot \bar{\mathbf{h}} d\eta d\xi d\zeta \Delta\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}^T \int_{\zeta_l}^{\zeta_u} \int_{\xi_l}^{\xi_u} \int_{\eta_l}^{\eta_u} \bar{\mathbf{h}}^T \cdot (\bar{\mathbf{S}}_0(\mathbf{x}_k) - \bar{\mathbf{S}}_T) d\eta d\xi d\zeta \\ &= \delta\mathbf{x}^T (\mathbf{H}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{B}) = 0 \end{aligned} \quad (4.15)$$

where $\mathbf{H} = \int_{\zeta_l}^{\zeta_u} \int_{\xi_l}^{\xi_u} \int_{\eta_l}^{\eta_u} \bar{\mathbf{h}}^T \cdot \bar{\mathbf{h}} d\eta d\xi d\zeta$, $\mathbf{B} = \int_{\zeta_l}^{\zeta_u} \int_{\xi_l}^{\xi_u} \int_{\eta_l}^{\eta_u} \bar{\mathbf{h}}^T \cdot (\bar{\mathbf{S}}_0(\mathbf{x}_k) - \bar{\mathbf{S}}_T) d\eta d\xi d\zeta$

이 문제는 부정방정식이므로 앞선 목표신뢰도지수를 결정할 때와 마찬가지로 RC 부재에 대한 휨저항계수 ϕ^{RC} 를 0.9 로 고정한다. 하중-저항계수의 최적화 순서는 휨강도에 대한 최적화 진행 후 도출된 하중계수를 고정하고 전단저항계수에 대한 최적화를 마저 진행한다. 이는 하중계수가 강도 특성에 영향을 받는 것이 비논리적이기 때문이다. 마지막으로 1 차고정하중효과의 경우 공장제작부재의 통계특성을 사용한다. 1 차고정하중효과의 한

계상태에 대한 지배력은 미미한 수준으로 공장제작부재와 현장제작부재의 통계특성의 차이가 최적화 및 신뢰도분석 결과에는 거의 영향을 주지 않는다. 고정하중비 ξ 와 DC 하중비 η 방향으로 7 점 Gaussian quadrature 적분을 수행했으며, 중력방향하중비 ζ 에 대해서는 사다리꼴 적분을 수행했다. 최적화한 하중-저항계수는 다음과 같다.

표 4.3. 강도기반 최적화에 의한 하중-저항계수

RRD	강도	ϕ^{RC}	ϕ^{ST}	ϕ^{PC}	γ_{DC}	γ_{DW}	γ_{LL}	γ_{EQ}
12	휨	0.9000	0.8729	0.7844	0.7761	0.7545	0.7456	1.0021
	전단	0.9396	0.9004	0.9302				
24	휨	0.9000	0.8740	0.7858	0.7792	0.7578	0.7501	1.0070
	전단	0.9390	0.9009	0.9299				

표 4.4. 강도기반 최적화에 의한 하중-저항계수 제안값

RRD	강도	ϕ^{RC}	ϕ^{ST}	ϕ^{PC}	γ_{DC}	γ_{DW}	γ_{LL}	γ_{EQ}
12/24	휨	0.90	0.87	0.78	0.75	0.75	0.75	1.00
	전단	0.94	0.90	0.93				

최적화를 수행하는 과정에 있어 중력방향하중조합과 같은 도로교설계 기준(한계상태설계법)의 여타 하중조합의 하중-저항계수는 전혀 고려하지 않고 독립적으로 계산을 수행한다. 이는 하중조합을 구성하는 확률변수들의 조합에 따라서 한계상태에서 각 확률변수들의 상대적인 거동특성이 매우 달라지기 때문이다.

4.4. 최적화된 하중-저항계수에 의한 설계강도 및 신뢰도분석

최적화 결과 도출된 하중-저항계수에 의한 설계강도에 대한 신뢰도평가를 수행하고, 목표신뢰도지수를 잘 만족하는지 확인했다. 매우 일관되고 목표 신뢰도지수와 아주 가까운 신뢰도지수를 확보하는 것을 확인할 수 있다. 당연하게도 설계강도와 목표강도의 편차 또한 아주 적은 것을 그림 (4.2) ~ (4.9)를 통해 확인할 수 있다.

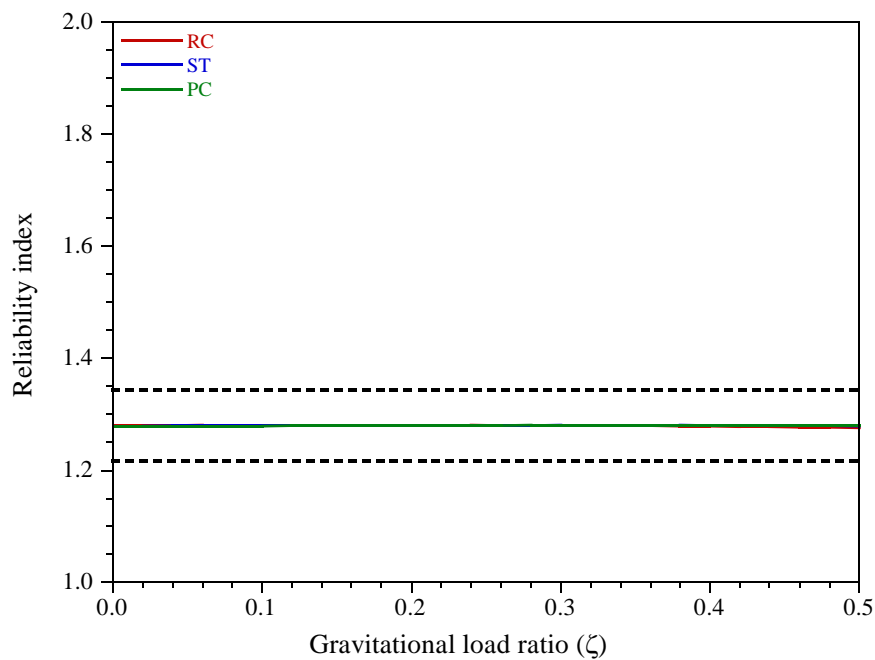


그림 4.2 최적화된 하중-저항계수가 확보하는 신뢰도지수
(휨, RRD 12, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)

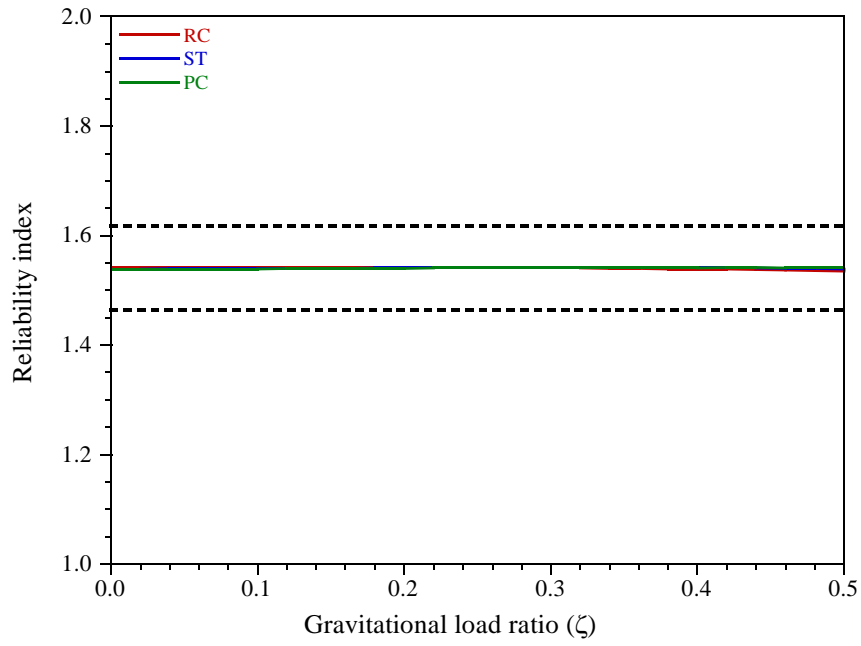


그림 4.3 최적화된 하중-저항계수가 확보하는 신뢰도지수
(휨, RRD 24, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)

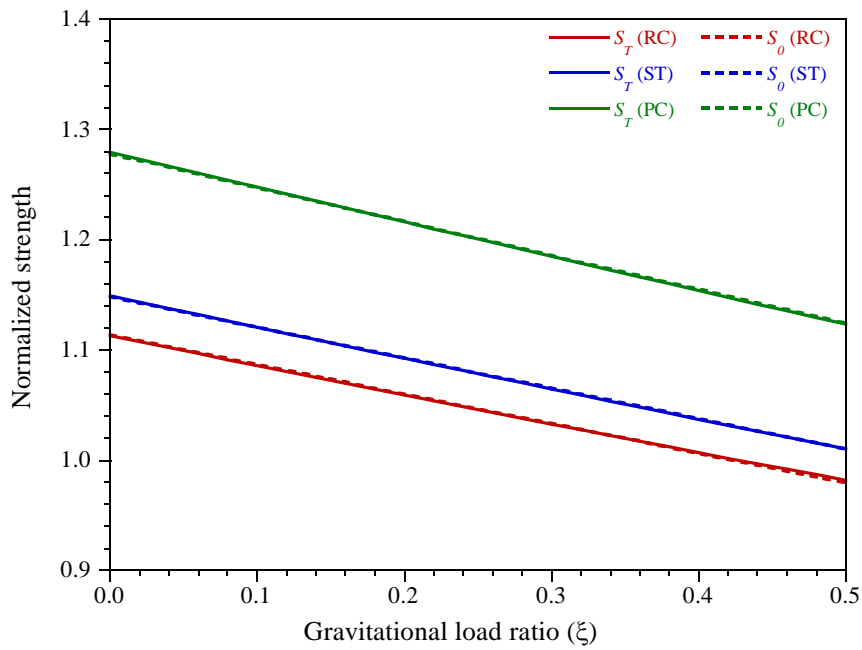


그림 4.4 목표강도와 최적화된 하중-저항계수에 의한 설계강도
(휨, RRD 12, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)

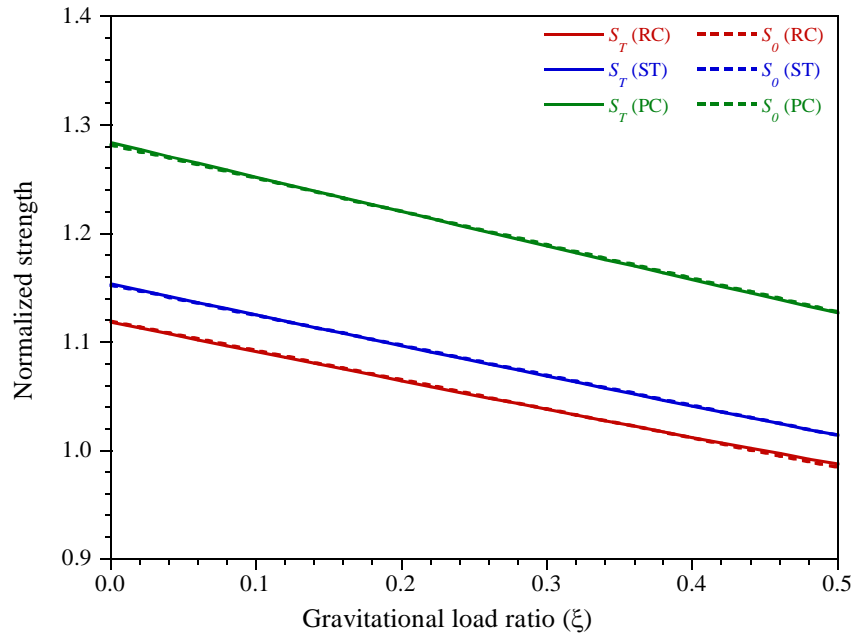


그림 4.5 목표강도와 최적화된 하중-저항계수에 의한 설계강도
(휨, RRD 24, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)

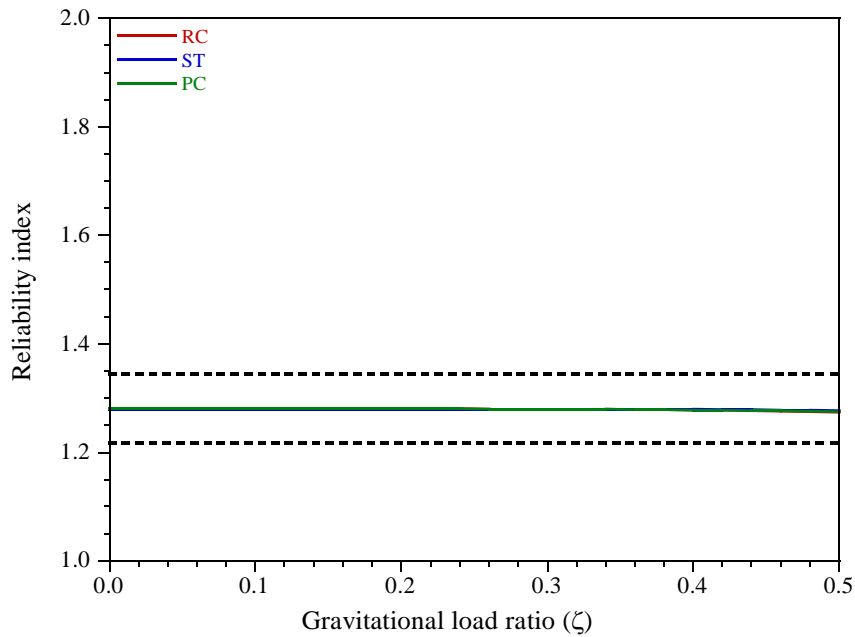


그림 4.6 최적화된 하중-저항계수가 확보하는 신뢰도지수
(전단, RRD 12, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)

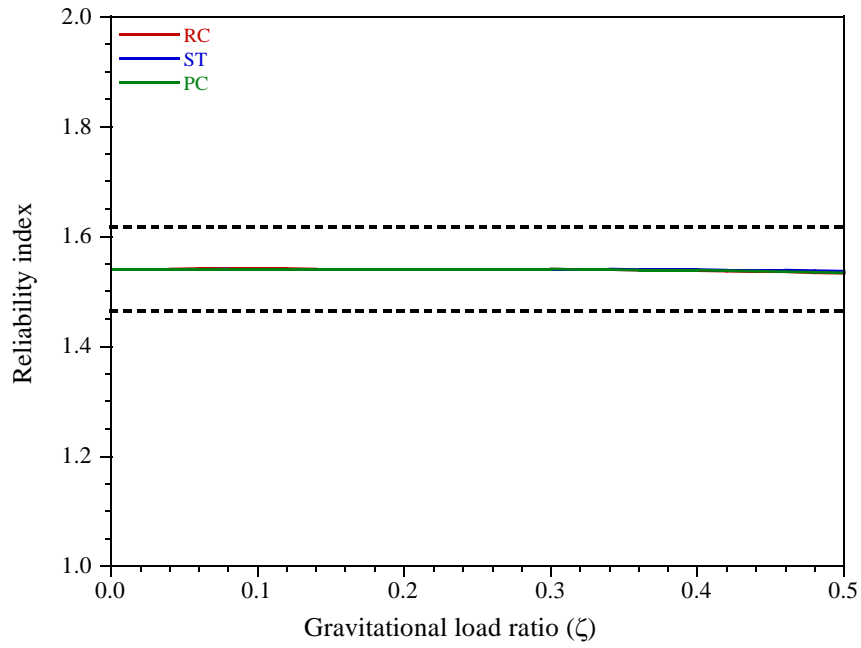


그림 4.7 최적화된 하중-저항계수가 확보하는 신뢰도지수
(전단, RRD 24, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)

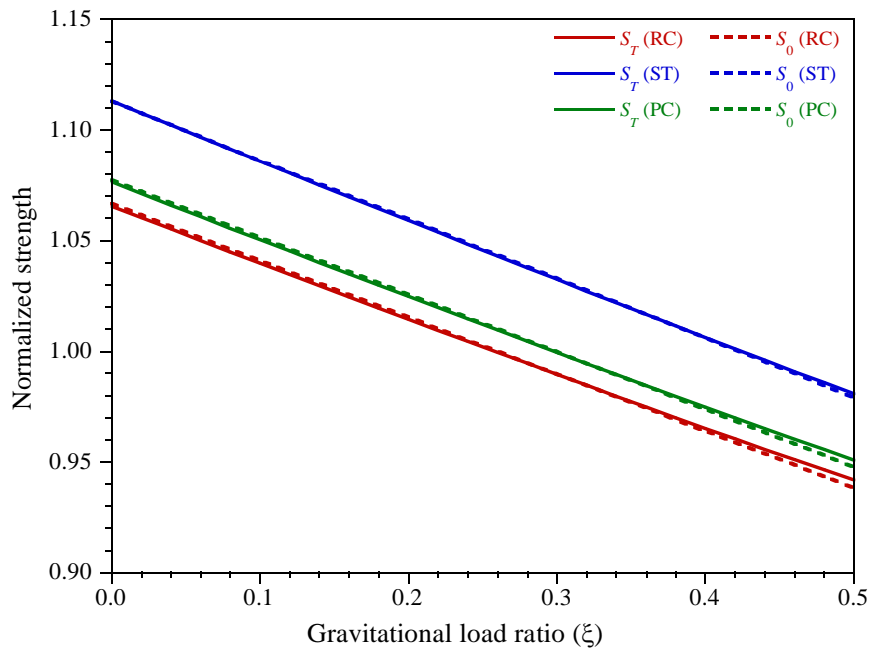


그림 4.8 목표강도와 최적화된 하중-저항계수에 의한 설계강도
(전단, RRD 12, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)

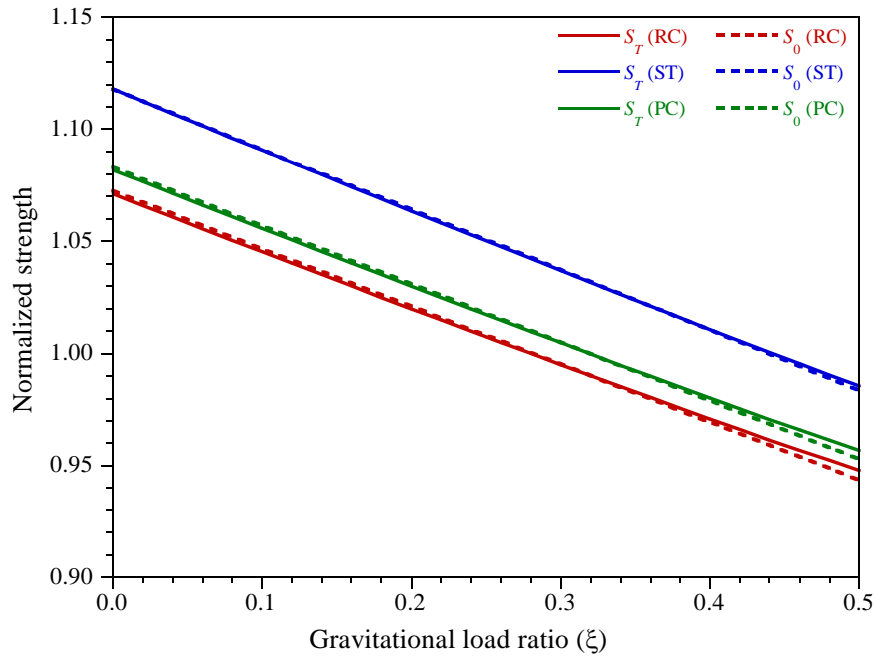


그림 4.9 목표강도와 최적화된 하중-저항계수에 의한 설계강도
(전단, RRD 24, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)

전술한 바와 같이 지진하중조합의 한계상태의 파괴양상은 다른 하중조합과 크게 다르다. 그림 (4.10) ~ (4.11)은 RC 부재의 휨에 대한 파괴점에서의 음단위법선벡터를 도시한 것이다. 각 확률변수들의 성분이 1에 가까울수록 파괴점에 대한 영향력이 큰 것을 의미하는데 지진하중효과의 값은 전 영역에 걸쳐 거의 1에 가까운 것을 확인할 수 있다.

또한 확률변수의 구성에 따라 한계상태함수의 파괴양상이 달라지는 것 으로부터 다른 하중조합과 독립적으로 하중-저항계수를 결정하는 것이 정당함을 확인할 수 있다.

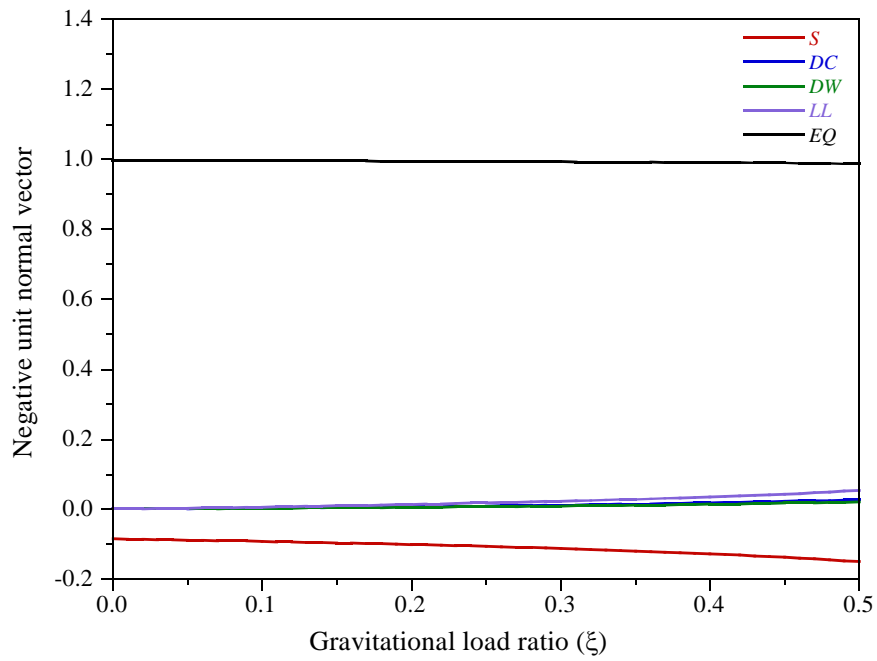


그림 4.10 파괴점에서의 음단위법선벡터
(휨, RC, RRD 12, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)

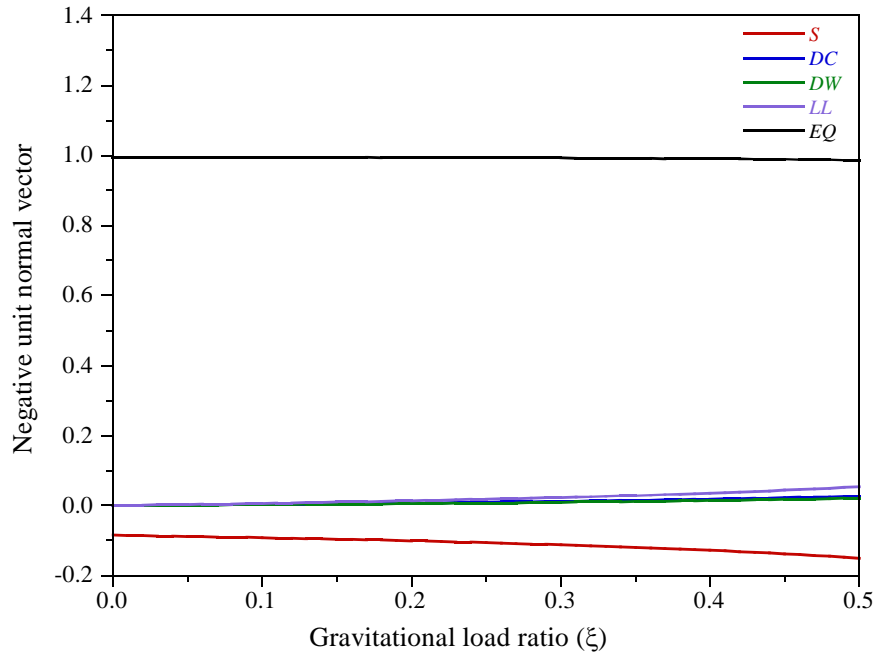


그림 4.11 파괴점에서의 음단위법선벡터
(휨, RC, RRD 24, $0.0 \leq \zeta \leq 0.5, \xi = 0.6, \eta = 0.8$)

5. 결론

이 연구에서는 아직 신뢰도 이론에 기반한 하중-저항계수 설계법이 개발되지 않은 도로교설계기준(한계상태설계법)의 지진하중조합에 대해 신뢰도이론에 근거한 하중-저항계수를 제안하고 합리성에 대하여 논의했다.

지진하중이 포함된 하중조합에 대한 신뢰도분석을 위해 지진하중효과의 확률모형이 필수적인데, 이에 대한 연구가 선행되지 않아 직접 확률모형을 추정했다. 이 과정에서 국내 내진설계의 근간이 되는 지진재해도의 원시데이터가 불명확하여 내진설계 기준의 위험도계수의 최적화하여 이에 대한 통계특성을 정립하고, 임의의 기간동안의 최대지반가속도의 확률모형에 대한 통계특성을 정립했다. 선행하는 교량 구조물에 작용하는 지진하중효과의 모형에 국내의 지반운동 특성을 반영하여 몬테-카를로 시뮬레이션과 콜모고로프-스미르노프 검정 기법을 적용하고 적절한 확률모형을 정립했다. 이 때, 몬테-카를로 시뮬레이션과 콜모고로프-스미르노프 검정에서 발생하는 다양한 이슈를 합리적으로 해결했다.

한계상태함수가 정립되지 않은 지진하중지배조합에 대하여 재현주기 대 설계수명의 비인 RRD 의 개념을 도입하고 한계상태를 정의했다. 이 때 하중비에 의해 모든 확률변수의 공칭값이 매개화되는 공공칭하중효과로 표준화된 한계상태를 채택했으며 지진하중조합의 특성을 고려하여 하중비영역을 설정했다. 정의된 한계상태를 구성하는 지진하중효과확률변수의 큰

변동성이 하중조합의 파괴점에 끼치는 영향을 고려하여 목표신뢰도지수를 설정했다. 이렇게 결정된 목표신뢰도지수에 근거하여 역신뢰도분석 및 강도기반최적화를 수행하여 지진하중조합에 대한 하중-저항계수를 도출 및 제안하였다. 도출된 하중-저항계수는 정채 하중비 영역에서 상당히 균일하고 목표신뢰도지수에 근접한 신뢰도지수를 확보하는 것을 확인했다. 이 과정에서 하중조합을 구성하는 확률변수들의 종류에 따라 한계상태의 파괴거동이 크게 달라지는 점을 주목하여 각 하중조합별로 독립적으로 하중-저항계수를 결정하는 것이 합리적임을 확인했다.

이 연구과정에서 국내외에서 가용한 통계적인 자료들 중에서 가장 적절한 것으로 판단되는 자료들을 인용하여 연구를 진행했으며, 통계적인 자료가 가용하지 않은 경우는 가장 합리적인 것으로 판단되는 방식으로 추정해 사용했다. 또한 지진하중조합의 한계상태에서 하중비 영역은 실제 계측된 데이터에 기반하여 설정된 것이 아니다. 이후 엄밀한 통계자료와 계측 데이터들이 누적되면 전술된 방법론에 동일한 방식으로 적용되어 더 엄밀하고 실제에 부합하는 결과로 개선할 수 있을 것으로 생각된다.

참고문헌

- American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO). (2014). *AASHTO LRFD Bridge Design Specifications*, Washington, D.C.
- Bae, C. (2016). *Determination of the Load-Resistance Factors for Reliability-Based Codes by Optimization*, Master thesis, Seoul National University, Seoul, South Korea.
- Der Kiureghian, A., Zhang, Y., and Li, C.-C. (1994). “Inverse Reliability Problem.”, *J. Eng. Mech.*, Vol. 120, No. 5, 1154-1159.
- Chopra, A.K., and Goel, R.K. (2000). “Building Period Formulas for Estimating Seismic Displacements,” *EERI Earthquake Spectra*, Vol. 16, No. 2.
- Ellingwood, B., Galambos, T. V., MacGregor, J. G., and Cornell. C. A. (1980). *Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58: Building Code Requirements for Minimum Design Loads in Buildings and Other Structures*, NBS Special Publication 577, Washington, DC: National Bureau of Standards.
- European Committee for Standardization (CEN). (2002). *Eurocode 0: Basis of Structural Design EN 1990*, Brussels, Belgium.
- Frankel, A., Harmsen, S., Mueller, C., Barnhard, T., Leyendeker, E.V., Perkins, D., Hanson, S., Dickrnan, N., and Hopper, M. (1997). “USGS National Seismic Hazard Maps: Uniform Hazard Spectra, De-aggregation, and Uncertainty,” *Proceedings of FHWA/ NCEER Workshop on the National Representation of Seismic Ground Motion for New and Existing Highway Facilities*, NCEER Technical Report 97-0010, SUNY Buffalo, NY; pp. 39–73.
- Ghosn, M., Moses, F., and Wang J. (2003). *Design of Highway Bridges for Extreme Events*, NCHRP Report 489, Transportation Research Board, Washington, D.C.

- Harldar, A. and Mahadevan, S. (2000). *Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*, John Wiley & Sons, Inc., New York, pp.181-224.
- Kim. J. H., and Lee, H. S. (2017) “Reliability assessment of reinforced concrete rectangular columns subjected to biaxial bending using the load contour method.” *Engineering Structures*, Vol. 150, pp. 636-645.
- Lee, H. S., Bae, C., and Kim. J. H. (2018) “Assessment of Reliability Levels and Adjustment of Load-resistance Factors Using Optimization for Gravitational Loads-governed Limit States of the AASHTO LRFD Bridge Design Specifications.” *KSCE Journal of Civil Engineering*, KSCE, Vol. 22, Issue 9, pp. 3462-3472.
- Lee, H. S., and Kim. J. H. (2019) “Wind Pressure Statistics and Target Reliability Index for Wind Load-governed Limit State of Reliability-based Bridge Design Codes.” *KSCE Journal of Civil Engineering*, KSCE, Vol. 23, Issue 5, pp. 2263-2271.
- Lee, H. S., Song, S. W., and Kim. J. H. (2019) “Determination of Optimal Load-Resistance Factors for Gravitational Loads-Governed Limit State of Korean Bridge Design Code.” *KSCE Journal of Civil Engineering*, KSCE, Vol. 23, Issue 8, pp. 3451-3463.
- Lee, S. H. (2014). *Calibration of the Load-Resistance Factors for the Reliability-based Design of Cable-supported Bridges*, Ph. D. thesis, Seoul National University, Seoul, South Korea. (in Korean)
- Liu, D., Neuenhoffer, A., Chen, X., and Imbsen, R. (1998). “Draft Report on Derivation of Inelastic Design Spectrum,” Report to NCEER, SUNY Buffalo, NY.
- Ministry of Land, Infrastructure and Transport (MOLIT). (2016a). *Korean Highway Bridge Design Code (Limit State Design)*, MOLIT (in Korean).
- Ministry of Land, Infrastructure and Transport (MOLIT). (2016b). *Korean Highway Bridge Design Code (Limit State Design)-Cable Supported Bridges*, MOLIT (in Korean).
- Ministry of Land, Infrastructure and Transport (MOLIT). (2018). *Seismic Design of Buildings (General)* , MOLIT (in Korean).

- Nowak, A. S. (1995). "Calibration of LRFD bridge code." *J. Struct. Div.*, ASCE, Vol. 121, No. 8, pp. 1245-1251.
- Nowak, A. S. (1999). *Calibration of LRFD bridge design code*, NCHRP Report 368, Transportation Research Board, Washington, D.C.
- Nowak, A. S., and Collins, K. R. (2000). *Reliability of Structures*, McGraw-Hill Higher Education.
- Nowak, A. S., and Lind, N. C., (1979). "Practical Bridge Code Calibration." *J. Struct. Div.*, ASCE, Vol. 105, No. 12, pp. 2497-2510.
- Paik, I., Hwang, E. S., and Shin, S. (2009). "Reliability analysis of concrete bridges designed with material and member resistance factors." *Computers and Concrete*, Techno-Press, Vol.6, No. 1, pp.59-78.
- Priestley, M.J.N., and Park, R. (1987). "Strength and Ductility of Concrete Bridge Columns Under Seismic Loading," *ACI Structural Engineering Journal*, January–February.
- Rackwitz, R., and Fiessler, B. (1978). "Structural reliability under combined random load sequences." *Compt. Stuct.*, Vol. 9, No. 5, pp. 489-494.
- Shin, D. K., Kim, C. Y., and Paik, I. (2006). "Reliability analysis of composite girder designed by LRFD method for positive flexure." *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, KSCE, Vol. 26, No. 3A, pp. 539-546 (in Korean).
- 소방방재청 (2013). 국가지진위험도(소방방재청 공고 제 2013-179 호).

부록

A. 절단된 정규분포를 이용한 난수 발생

이 장에서는 식 (2.17)의 평균으로 표준화된 지진하중효과에 대한 몬테-카를로 시뮬레이션을 수행하는데 있어 정규확률변수들을 절단된 정규확률변수들로 대체하는 프로세스에 대해 서술한다.

$$\tilde{q}_{EQ} = \frac{\tilde{M}_{eq} \tilde{C}' \tilde{t}' \tilde{w} \tilde{A}}{\tilde{R}_m} \quad (2.17)$$

절단된 정규분포의 확률밀도함수는 식 (A.1)과 같이 4 개의 패러미터를 μ, σ, a, b 를 이용해 정의되며, 평균과 분산은 식 (A.2) ~ (A.3)과 같다.

$$f_X(x, \mu, \sigma, a, b) = \frac{\phi(\frac{x-\mu}{\sigma})}{\sigma(\Phi(\frac{b-\mu}{\sigma}) - \Phi(\frac{a-\mu}{\sigma}))} = \frac{\phi(\xi)}{\sigma Z} \quad (A.1)$$

$$\text{where } \xi = \frac{x-\mu}{\sigma}, \alpha = \frac{a-\mu}{\sigma}, \beta = \frac{b-\mu}{\sigma}, Z = \Phi(\beta) - \Phi(\alpha)$$

$$E(X|a < X < b) = \mu + \frac{\phi(\alpha) - \phi(\beta)}{Z} \sigma \quad (A.2)$$

$$\text{Var}(X|a < X < b) = \sigma^2 \left(1 + \frac{\alpha\phi(\alpha) - \beta\phi(\beta)}{Z} - \left(\frac{\phi(\alpha) - \phi(\beta)}{Z} \right)^2 \right) \quad (A.3)$$

절단된 정규분포의 패러미터 중 a 와 b 는 확률이 존재하는 하한값과 상한값을 나타내며, μ 와 σ 는 기존의 정규분포의 평균 및 표준편차와는 조금 다르다. 절단된 정규분포 또한 전체 영역에서의 확률이 1이 되어야 하므로 정규분포상에서 절단된 영역에 해당하는 확률을 절단되지 않은 영역에서 추가로 가져가게 된다. 절단된 영역이 비대칭일 경우 평균이 정규분포의 값과 달라지며, 분산의 경우 절단된 영역이 대칭인 경우에도 정규분포의 값과 달라진다. 따라서 원래 정규분포의 평균과 표준편차를 이용해 난수를 발생시킬 경우 최종적으로 도출된 평균과 표준편차는 원래의 값과 달라진다.

현재의 경우 응답스펙트럼에 기반한 지진하중효과가 항상 0보다 큰 값이 되어야 하므로 상한값은 $b = \infty$ 가 되고, 하한값 a 는 분자에 위치한 \tilde{M}_{eq} , \tilde{C}' , \tilde{I}' , \tilde{w} 에 대하여 0, 분모에 위치한 \tilde{R}_m 에 대하여 0보다 조금 큰 값을 부여한다(이 연구에서는 0에 지나치게 가깝지 않으면서 $a < x < \infty$ 범위의 확률이 1에 가깝게끔 0.99가 되는 지점을 a 로 설정했다). 이 경우 절단된 정규분포의 평균과 분산이 식 (A.4) ~ (A.5)와 같아진다. $a < \mu$ 일 때 평균이 원래의 값보다 조금 커지며, 분산은 조금 작아진다.

$$E(X|a < X < \infty) = \mu + \frac{\phi(\frac{a-\mu}{\sigma})}{1 - \Phi(\frac{a-\mu}{\sigma})} \sigma > \mu \quad (\text{A.4})$$

$$Var(X|a < X < \infty) = \sigma^2 \left(1 + \frac{\frac{a-\mu}{\sigma} \phi(\frac{a-\mu}{\sigma})}{1 - \Phi(\frac{a-\mu}{\sigma})} - \left(\frac{\phi(\frac{a-\mu}{\sigma})}{1 - \Phi(\frac{a-\mu}{\sigma})} \right)^2 \right) < \sigma^2 \quad (\text{A.5})$$

전술한대로 5 가지 개별변수들의 평균과 분산의 변화가 \tilde{q}_{EQ} 의 평균과 분산에도 영향을 끼치기 때문에 이를 해결하기 위해 μ , σ 값을 조정한다. 난수발생결과 실제로 수렴하는 평균과 표준편차가 원래의 값과 같아지도록 하는 μ , σ 값을 찾기 위해 식 (A.7) ~ (A.8)을 동시에 가장 잘 만족시키는 값들을 찾는다.

$$f_1(\mu, \sigma) = E(X|a < X < \infty) - \mu_0 = 0 \quad (\text{A.7})$$

$$f_2(\mu, \sigma) = Var(X|a < X < \infty) - \sigma_0^2 = 0 \quad (\text{A.8})$$

위의 2 변수 비선형 연립방정식에서 μ_0 와 σ_0^2 은 원래의 평균과 분산이며, 매트랩에 내장된 fsolve 솔버를 이용해 해를 구할 수 있다. 이 솔버는 위의 두 함수값의 제곱합을 최소화하며 1 차 필요조건을 수렴시키는 수렴한계는 10^{-6} 으로 설정했다. 표 A.1 은 전술한 오차 최적화에 의해 도출된 값으로, 원래 정규분포의 평균과 표준편차로 수

럼되게끔 난수를 발생시키는 절단된 정규분포의 패러미터 μ, σ 값을 정리한 것이다. 비교적 기존 정규분포의 표준편차가 큰 확률변수들의 경우에 패러미터 값의 변화가 두드러지는 것을 확인할 수 있다.

표 A.1. 원래의 평균과 표준편차를 발생시키는 절단된 정규분포의 패러미터

확률변수	\tilde{M}_{eq}	\tilde{C}'	\tilde{t}'	\tilde{W}	\tilde{R}_m
μ	1	0.9909	1	1	0.9870
σ	0.2	0.4112	0.2	0.05	0.3548
a	0	0	0	0	0.2090
b	∞	∞	∞	∞	∞

도출된 패러미터를 이용해 절단된 정규확률변수를 발생시켜 몬테-카를로 시뮬레이션을 수행하면, 모두 원래의 평균과 표준편차로 수렴한다.

B. 표준화된 지진하중효과의 몬테-카를로 시뮬레이션

표 B.1 \tilde{q}_{EQ} 의 표본통계특성 ($N=10^8$, 100 세트)

시도	평균	표준편차	변동계수
1	1.1627	1.7862	1.5362
2	1.1625	1.7066	1.4681
3	1.1622	1.7260	1.4851
4	1.1623	1.7264	1.4854
5	1.1622	1.7611	1.5152
6	1.1623	1.7387	1.4959
7	1.1625	1.7642	1.5177
8	1.1622	1.8257	1.5708
9	1.1621	1.7343	1.4924
10	1.1623	1.7387	1.4959
11	1.1624	1.7157	1.4760
12	1.1625	1.7373	1.4944
13	1.1627	1.7207	1.4799
14	1.1623	1.7535	1.5087
15	1.1622	1.7112	1.4724
16	1.1623	1.7016	1.4640
17	1.1623	1.8864	1.6229
18	1.1624	1.7760	1.5280
19	1.1623	1.9794	1.7031
20	1.1625	1.7160	1.4762
21	1.1623	1.7680	1.5212

22	1.1626	1.7653	1.5184
23	1.1622	1.7074	1.4690
24	1.1625	1.7759	1.5276
25	1.1625	1.7205	1.4800
26	1.1621	1.7102	1.4716
27	1.1624	1.7601	1.5142
28	1.1623	1.7098	1.4711
29	1.1624	1.7868	1.5371
30	1.1624	1.7273	1.4860
31	1.1629	1.8070	1.5539
32	1.1625	1.8463	1.5882
33	1.1624	1.7331	1.4909
34	1.1623	1.7025	1.4648
35	1.1625	1.7231	1.4821
36	1.1625	1.7011	1.4634
37	1.1622	1.7343	1.4922
38	1.1623	1.7310	1.4893
39	1.1624	1.7252	1.4841
40	1.1623	1.7395	1.4966
41	1.1622	1.7291	1.4877
42	1.1622	1.7588	1.5132
43	1.1623	1.7537	1.5088
44	1.1622	1.7338	1.4919
45	1.1624	1.7551	1.5099
46	1.1622	1.7665	1.5200

47	1.1624	1.8412	1.5840
48	1.1620	1.7227	1.4825
49	1.1623	1.8099	1.5572
50	1.1625	1.7133	1.4738
51	1.1624	1.7141	1.4746
52	1.1624	1.7442	1.5006
53	1.1625	1.7469	1.5026
54	1.1625	1.7973	1.5461
55	1.1625	1.8223	1.5675
56	1.1624	1.7457	1.5018
57	1.1622	1.7078	1.4695
58	1.1623	1.9052	1.6392
59	1.1622	1.7088	1.4702
60	1.1623	1.7273	1.4861
61	1.1621	1.7434	1.5002
62	1.1624	1.7296	1.4880
63	1.1624	1.7262	1.4850
64	1.1623	1.7446	1.5010
65	1.1627	1.7707	1.5230
66	1.1622	1.7452	1.5017
67	1.1624	1.7275	1.4862
68	1.1622	1.8069	1.5547
69	1.1623	1.8866	1.6231
70	1.1623	1.7690	1.5220
71	1.1622	1.7387	1.4960

72	1.1623	1.7552	1.5102
73	1.1623	1.6992	1.4619
74	1.1622	1.7191	1.4792
75	1.1625	1.7519	1.5071
76	1.1626	1.7561	1.5105
77	1.1624	1.7759	1.5277
78	1.1625	1.7205	1.4800
79	1.1624	1.7068	1.4684
80	1.1622	1.8000	1.5488
81	1.1623	1.7706	1.5234
82	1.1623	1.7217	1.4813
83	1.1624	1.7405	1.4974
84	1.1622	1.7282	1.4870
85	1.1624	1.7364	1.4939
86	1.1626	1.7931	1.5423
87	1.1624	1.7145	1.4750
88	1.1622	1.7100	1.4714
89	1.1624	1.7366	1.4940
90	1.1626	1.8078	1.5550
91	1.1625	1.7247	1.4837
92	1.1622	1.7241	1.4835
93	1.1623	1.7199	1.4798
94	1.1626	1.7175	1.4773
95	1.1624	1.8385	1.5816
96	1.1623	1.7340	1.4919

97	1.1625	1.8388	1.5818
98	1.1623	1.7210	1.4807
99	1.1623	1.7276	1.4864
100	1.1625	1.7441	1.5003
평균	1.1624	1.7531	1.5082
변동계수	0.0001	0.0278	0.0277

C. 표준화된 지진하중효과의 콜모고로프-스미르노프 검정

표 C.1. 콜모고로프-스미르노프 검정 결과 ($N=10^8$, 30 세트)

시도	정규	정규대수	감마	검블	프레체	와이불
1	0.2614	0.1294	0.3097	0.5419	0.1988	0.2610
2	0.2521	0.1148	0.2871	0.5389	0.2032	0.2444
3	0.2545	0.1185	0.2928	0.5396	0.2020	0.2487
4	0.2546	0.1187	0.2929	0.5396	0.2019	0.2488
5	0.2586	0.1250	0.3028	0.5410	0.2000	0.2560
6	0.2560	0.1209	0.2964	0.5401	0.2013	0.2513
7	0.2590	0.1256	0.3036	0.5411	0.1999	0.2566
8	0.2659	0.1369	0.3209	0.5434	0.1964	0.2693
9	0.2555	0.1202	0.2953	0.5400	0.2015	0.2505
10	0.2560	0.1209	0.2964	0.5402	0.2012	0.2513
11	0.2532	0.1164	0.2897	0.5393	0.2027	0.2464
12	0.2558	0.1205	0.2959	0.5401	0.2015	0.2509
13	0.2538	0.1173	0.2910	0.5395	0.2025	0.2473
14	0.2578	0.1237	0.3007	0.5407	0.2004	0.2545
15	0.2527	0.1157	0.2885	0.5391	0.2029	0.2455
16	0.2515	0.1138	0.2857	0.5387	0.2034	0.2434
17	0.2724	0.1472	0.3372	0.5458	0.1935	0.2811
18	0.2603	0.1278	0.3070	0.5415	0.1992	0.2592
19	0.2817	0.1625	0.3613	0.5493	0.1893	0.2985
20	0.2533	0.1166	0.2899	0.5393	0.2026	0.2465
21	0.2595	0.1263	0.3048	0.5413	0.1996	0.2575

22	0.2591	0.1257	0.3039	0.5412	0.1998	0.2568
23	0.2523	0.1149	0.2874	0.5389	0.2032	0.2447
24	0.2603	0.1277	0.3069	0.5416	0.1993	0.2590
25	0.2538	0.1173	0.2911	0.5395	0.2024	0.2474
26	0.2526	0.1156	0.2883	0.5391	0.2029	0.2454
27	0.2585	0.1249	0.3025	0.5409	0.2001	0.2558
28	0.2526	0.1155	0.2881	0.5390	0.2029	0.2452
29	0.2616	0.1297	0.3100	0.5419	0.1986	0.2613
30	0.2546	0.1186	0.2931	0.5397	0.2020	0.2488
평균	0.2577	0.1236	0.3007	0.5407	0.2005	0.2544

D. 역신뢰도분석 수식

한계상태함수는 식 (D.1)과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{G} = \bar{S} - \sum_j \bar{Q}_j = 0 \text{ for } j = DC, DW, LL, EQ \\ \text{where } \bar{X} = X / C_0, \quad C_0 = \sum_j (Q_j)_0 \end{aligned} \quad (D.1)$$

한계상태에서 개선된 일계이차모멘트법에 의한 신뢰도지수는 식 (D.2)와 같으며 파괴점은 강도와 하중에 대해 각각 식 (D.3) ~ (D.4)와 같다.

$$\beta = \frac{\mu_{\bar{S}}^{eq} - \sum_j \mu_{\bar{Q}_j}^{eq}}{\sqrt{(\sigma_{\bar{S}}^{eq})^2 + \sum_j (\sigma_{\bar{Q}_j}^{eq})^2}} \quad (D.2)$$

$$\bar{S}^* = \mu_{\bar{S}}^{eq} - \frac{\sigma_{\bar{S}}^{eq}}{\sqrt{(\sigma_{\bar{S}}^{eq})^2 + \sum_j (\sigma_{\bar{Q}_j}^{eq})^2}} \beta = \mu_{\bar{S}}^{eq} - \frac{(\sigma_{\bar{S}}^{eq})^2 (\mu_{\bar{S}}^{eq} - \sum_j \mu_{\bar{Q}_j}^{eq})}{(\sigma_{\bar{S}}^{eq})^2 + \sum_j (\sigma_{\bar{Q}_j}^{eq})^2} \quad (D.3)$$

$$\bar{Q}_i^* = \mu_{\bar{Q}_i}^{eq} + \frac{\sigma_{\bar{Q}_i}^{eq}}{\sqrt{(\sigma_{\bar{S}}^{eq})^2 + \sum_j (\sigma_{\bar{Q}_j}^{eq})^2}} \beta = \mu_{\bar{Q}_i}^{eq} + \frac{(\sigma_{\bar{Q}_i}^{eq})^2 (\mu_{\bar{S}}^{eq} - \sum_j \mu_{\bar{Q}_j}^{eq})}{(\sigma_{\bar{S}}^{eq})^2 + \sum_j (\sigma_{\bar{Q}_j}^{eq})^2} \quad (D.4)$$

목표신뢰도지수를 정확히 만족시키는 강도는 식 (D.5)와 같은 Newton-Raphson 법을 통해 도출할 수 있다.

$$\beta((\bar{S}_T)_{k+1}) \approx \beta((\bar{S}_T)_k) + \frac{\partial \beta}{\partial \bar{S}_T} \bigg|_{(\bar{S}_T)_k} \Delta \bar{S}_T = \beta_T \rightarrow \Delta \bar{S}_T = \frac{\partial \beta}{\partial \bar{S}_T} \bigg|_{(\bar{S}_T)_k} (\beta_T - \beta((\bar{S}_T)_k)) \quad (D.5)$$

반복계산과정에서 신뢰도지수의 목표강도에 대한 민감도 계산이 필요하다.

연쇄법칙에 의해 식 (D.6)이 성립하며,

$$\frac{\partial \beta}{\partial \bar{S}_T} = \frac{\partial \beta}{\partial \mu_{\bar{S}}^{eq}} \frac{\partial \mu_{\bar{S}}^{eq}}{\partial \bar{S}_T} + \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_{\bar{S}}^{eq}} \frac{\partial \sigma_{\bar{S}}^{eq}}{\partial \bar{S}_T} + \sum_j \left(\frac{\partial \beta}{\partial \mu_{\bar{Q}_j}^{eq}} \frac{\partial \mu_{\bar{Q}_j}^{eq}}{\partial \bar{S}_T} \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_{\bar{Q}_j}^{eq}} \frac{\partial \sigma_{\bar{Q}_j}^{eq}}{\partial \bar{S}_T} \right) \quad (D.6)$$

등가의 평균과 표준편차의 목표강도에 대한 민감도를 계산해야 한다. 이때 정규확률변수는 등가의 평균과 표준편차가 원래의 평균과 표준편차와 동일하므로 목표강도와 무관해 민감도가 0 이 되며, 지진하중조합의 경우 강도와 *LL, EQ* 하중만 고려하면 된다.

파괴점에서의 Rackwitz-Fiessler 변환에 의해 원래의 분포와 등가의 정규분포의 확률밀도함수, 누적분포함수가 같고 식 (D.7) ~ (D.8)의 관계를 식 (D.9)과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial \bar{S}_T} \left(\frac{1}{\sigma_{\bar{X}}^{eq}} \phi \left(\frac{\bar{X}^* - \mu_{\bar{X}}^{eq}}{\sigma_{\bar{X}}^{eq}} \right) \right) = \frac{\partial}{\partial \bar{S}_T} (f_{\bar{X}}(\bar{X}^*, \mu_{\bar{X}}, \sigma_{\bar{X}})) \quad (D.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{S}_T} \left(\Phi \left(\frac{\bar{X}^* - \mu_{\bar{X}}^{eq}}{\sigma_{\bar{X}}^{eq}} \right) \right) = \frac{\partial}{\partial \bar{S}_T} (F_{\bar{X}}(\bar{X}^*, \mu_{\bar{X}}, \sigma_{\bar{X}})) \quad (D.8)$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \frac{1}{(\sigma_{\bar{X}}^{eq})^2} \phi'(\frac{\bar{X}^* - \mu_{\bar{X}}^{eq}}{\sigma_{\bar{X}}^{eq}}) & \frac{1}{(\sigma_{\bar{X}}^{eq})^2} \phi(\frac{\bar{X}^* - \mu_{\bar{X}}^{eq}}{\sigma_{\bar{X}}^{eq}}) + \frac{\bar{X}^* - \mu_{\bar{X}}^{eq}}{(\sigma_{\bar{X}}^{eq})^3} \phi'(\frac{\bar{X}^* - \mu_{\bar{X}}^{eq}}{\sigma_{\bar{X}}^{eq}}) \\ \frac{1}{\sigma_{\bar{X}}^{eq}} \phi(\frac{\bar{X}^* - \mu_{\bar{X}}^{eq}}{\sigma_{\bar{X}}^{eq}}) & \frac{\bar{X}^* - \mu_{\bar{X}}^{eq}}{(\sigma_{\bar{X}}^{eq})^2} \phi(\frac{\bar{X}^* - \mu_{\bar{X}}^{eq}}{\sigma_{\bar{X}}^{eq}}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \mu_{\bar{X}}^{eq}}{\partial \bar{S}_T} \\ \frac{\partial \sigma_{\bar{X}}^{eq}}{\partial \bar{S}_T} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \frac{1}{(\sigma_{\bar{X}}^{eq})^2} \phi'(\frac{\bar{X}^* - \mu_{\bar{X}}^{eq}}{\sigma_{\bar{X}}^{eq}}) - f'_{\bar{X}}(\bar{X}^*, \mu_{\bar{X}}, \sigma_{\bar{X}}) \\ \frac{1}{\sigma_{\bar{X}}^{eq}} \phi(\frac{\bar{X}^* - \mu_{\bar{X}}^{eq}}{\sigma_{\bar{X}}^{eq}}) - f_{\bar{X}}(\bar{X}^*, \mu_{\bar{X}}, \sigma_{\bar{X}}) \end{pmatrix} \frac{\partial \bar{X}^*}{\partial \bar{S}_T} - \begin{pmatrix} \frac{\partial f_{\bar{X}}}{\partial \mu_{\bar{X}}} \frac{\partial \mu_{\bar{X}}}{\partial \bar{S}_T} + \frac{\partial f_{\bar{X}}}{\partial \sigma_{\bar{X}}} \frac{\partial \sigma_{\bar{X}}}{\partial \bar{S}_T} \\ \frac{\partial F_{\bar{X}}}{\partial \mu_{\bar{X}}} \frac{\partial \mu_{\bar{X}}}{\partial \bar{S}_T} + \frac{\partial F_{\bar{X}}}{\partial \sigma_{\bar{X}}} \frac{\partial \sigma_{\bar{X}}}{\partial \bar{S}_T} \end{pmatrix} \quad (D.9) \\
&\text{or } \mathbf{P}_{\bar{X}} \boldsymbol{\theta}_{\bar{X}} = \mathbf{w}_{\bar{X}} \frac{\partial \bar{X}^*}{\partial \bar{S}_T} + \mathbf{c}_{\bar{X}}
\end{aligned}$$

지진하중조합의 경우 강도, LL , EQ 하중 모두 정규대수분포를 따르며 정규대수분포의 파괴점, 평균, 표준편차에 대한 미분은 부록 E 에 정리했다. 3 개의 비정규확률변수에 대한 식들을 assemble 하면 식 (D.10)과 같아진다.

$$\begin{aligned}
& \mathbf{P}\boldsymbol{\theta} = \mathbf{w} \frac{\partial \bar{\mathbf{X}}^*}{\partial \bar{S}_T} + \mathbf{c} \quad \text{where} \\
& \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{\bar{S}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_{\bar{Q}_{LL}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{P}_{\bar{Q}_{EQ}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\theta} = \begin{pmatrix} \theta_{\bar{S}} \\ \theta_{\bar{Q}_{LL}} \\ \theta_{\bar{Q}_{EQ}} \end{pmatrix}, \mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{\bar{S}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{w}_{\bar{Q}_{LL}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{w}_{\bar{Q}_{EQ}} \end{bmatrix}, \frac{\partial \bar{\mathbf{X}}^*}{\partial \bar{S}_T} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \bar{S}^*}{\partial \bar{S}_T} \\ \frac{\partial \bar{Q}_{LL}^*}{\partial \bar{S}_T} \\ \frac{\partial \bar{Q}_{EQ}^*}{\partial \bar{S}_T} \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{\bar{S}} \\ \mathbf{c}_{\bar{Q}_{LL}} \\ \mathbf{c}_{\bar{Q}_{EQ}} \end{bmatrix} \quad (D.10)
\end{aligned}$$

파괴점에서의 목표강도에 대한 민감도는 연쇄법칙에 의해 식 (D.11) 과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{X}}^*}{\partial \bar{S}_T} = \mathbf{Y}\boldsymbol{\theta} \quad (D.11)$$

파괴점에서의 등가평균과 표준편차에 대한 민감도는 식 (D.12)와 같이 계산되며, 이로부터 지진하중조합에서의 \mathbf{Y} 행렬은 식 (D.13)과 같다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \bar{S}^*}{\partial \mu_{\bar{S}}^{eq}} &= 1 - A_{\bar{S}}, \quad \frac{\partial \bar{S}^*}{\partial \sigma_{\bar{S}}^{eq}} = -2B_{\bar{S}}(1 - A_{\bar{S}}), \quad \frac{\partial \bar{S}^*}{\partial \mu_{\bar{Q}_j}^{eq}} = A_{\bar{S}}, \\
\frac{\partial \bar{S}^*}{\partial \sigma_{\bar{Q}_j}^{eq}} &= 2A_{\bar{S}}B_{\bar{Q}_j}, \quad \frac{\partial \bar{Q}_i^*}{\partial \mu_{\bar{S}}^{eq}} = A_{\bar{Q}_i}, \quad \frac{\partial \bar{Q}_i^*}{\partial \sigma_{\bar{S}}^{eq}} = -2B_{\bar{S}}A_{\bar{Q}_i}, \\
\frac{\partial \bar{Q}_i^*}{\partial \mu_{\bar{Q}_j}^{eq}} &= \delta_{ij} - A_{\bar{Q}_i}, \quad \frac{\partial \bar{Q}_i^*}{\partial \sigma_{\bar{Q}_j}^{eq}} = 2(\delta_{ij}B_{\bar{Q}_i} - A_{\bar{Q}_i}B_{\bar{Q}_j})
\end{aligned} \tag{D.12}$$

$$\text{where } A_{\bar{X}} = \frac{(\sigma_{\bar{X}}^{eq})^2}{(\sigma_{\bar{S}}^{eq})^2 + \sum_j (\sigma_{\bar{Q}_j}^{eq})^2}, \quad B_{\bar{X}} = \frac{\sigma_{\bar{X}}^{eq}(\mu_{\bar{S}}^{eq} - \sum_j \mu_{\bar{Q}_j}^{eq})}{(\sigma_{\bar{S}}^{eq})^2 + \sum_j (\sigma_{\bar{Q}_j}^{eq})^2}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 1 - A_{\bar{S}} & -2B_{\bar{S}}(1 - A_{\bar{S}}) & A_{\bar{S}} & 2A_{\bar{S}}B_{\bar{Q}_{LL}} & A_{\bar{S}} & 2A_{\bar{S}}B_{\bar{Q}_{EQ}} \\ A_{\bar{Q}_{LL}} & -2B_{\bar{S}}A_{\bar{Q}_{LL}} & 1 - A_{\bar{Q}_{LL}} & 2B_{\bar{Q}_{LL}}(1 - A_{\bar{Q}_{LL}}) & -A_{\bar{Q}_{LL}} & -2A_{\bar{Q}_{LL}}B_{\bar{Q}_{EQ}} \\ A_{\bar{Q}_{EQ}} & -2B_{\bar{S}}A_{\bar{Q}_{EQ}} & -A_{\bar{Q}_{EQ}} & -2A_{\bar{Q}_{EQ}}B_{\bar{Q}_{LL}} & 1 - A_{\bar{Q}_{EQ}} & 2B_{\bar{Q}_{EQ}}(1 - A_{\bar{Q}_{EQ}}) \end{bmatrix} \tag{D.13}$$

이에 따라 식 (D.10)은 식 (D.14)와 같이 다시 표현되며, $\boldsymbol{\theta}$ 를 구할 수 있다.

$$\mathbf{P}\boldsymbol{\theta} = \mathbf{wY}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{c} \rightarrow \boldsymbol{\theta} = (\mathbf{P} - \mathbf{wY})^{-1}\mathbf{c} \tag{D.14}$$

E. 정규대수분포의 확률밀도함수와 누적분포함수에 대한 미분

정규대수분포의 확률밀도함수와 누적분포함수는 $\ln X$ 의 평균과 표준편차인 λ_X , ζ_X 를 이용해 식 (E.1)과 같이 표현되며, λ_X , ζ_X 와 원래의 평균과 표준편차 μ_X , σ_X 의 관계는 식 (E.2)와 같다.

$$\begin{aligned}
 f_X(X, \lambda_X, \zeta_X) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta_X X} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln X - \lambda_X}{\zeta_X}\right)^2\right) = \phi\left(\frac{\ln X - \lambda_X}{\zeta_X}\right) \frac{1}{\zeta_X X} \\
 &= \frac{\phi(T)}{\zeta_X X} \\
 F_X(X, \lambda_X, \zeta_X) &= \int_0^X \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta_X X} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln X - \lambda_X}{\zeta_X}\right)^2\right) dX \\
 &= \int_{-\infty}^{\frac{\ln X - \lambda_X}{\zeta_X}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du \\
 &= \Phi\left(\frac{\ln X - \lambda_X}{\zeta_X}\right) = \Phi(T) \text{ where } T = \frac{\ln X - \lambda_X}{\zeta_X}
 \end{aligned} \tag{E.1}$$

$$\lambda_X = \ln \mu_X - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2}\right), \quad \zeta_X^2 = \ln\left(1 + \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2}\right) \tag{E.2}$$

확률밀도함수와 누적분포함수의 강도에 대한 민감도는 X , λ_X , ζ_X 를 고려한 연쇄법칙으로 나타낼 수 있으며, λ_X , ζ_X 가 포함된 항들은 다시 연쇄법칙에 의해 μ_X , σ_X 에 대한 미분항들로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_X}{\partial \bar{S}_T} &= \frac{\partial f_X}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \bar{S}_T} + \frac{\partial f_X}{\partial \mu_X} \frac{\partial \mu_X}{\partial \bar{S}_T} + \frac{\partial f_X}{\partial \sigma_X} \frac{\partial \sigma_X}{\partial \bar{S}_T} \\
 &= \frac{\partial f_X}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \bar{S}_T} + \left(\frac{\partial f_X}{\partial \lambda_X} \frac{\partial \lambda_X}{\partial \mu_X} + \frac{\partial f_X}{\partial \zeta_X} \frac{\partial \zeta_X}{\partial \mu_X}\right) \frac{\partial \mu_X}{\partial \bar{S}_T} + \left(\frac{\partial f_X}{\partial \lambda_X} \frac{\partial \lambda_X}{\partial \sigma_X} + \frac{\partial f_X}{\partial \zeta_X} \frac{\partial \zeta_X}{\partial \sigma_X}\right) \frac{\partial \sigma_X}{\partial \bar{S}_T}
 \end{aligned} \tag{E.3}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F_x}{\partial \bar{S}_T} &= \frac{\partial F_x}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \bar{S}_T} + \frac{\partial F_x}{\partial \mu_x} \frac{\partial \mu_x}{\partial \bar{S}_T} + \frac{\partial F_x}{\partial \sigma_x} \frac{\partial \sigma_x}{\partial \bar{S}_T} \\
&= \frac{\partial F_x}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \bar{S}_T} + \left(\frac{\partial F_x}{\partial \lambda_x} \frac{\partial \lambda_x}{\partial \mu_x} + \frac{\partial F_x}{\partial \zeta_x} \frac{\partial \zeta_x}{\partial \mu_x} \right) \frac{\partial \mu_x}{\partial \bar{S}_T} + \left(\frac{\partial F_x}{\partial \lambda_x} \frac{\partial \lambda_x}{\partial \sigma_x} + \frac{\partial F_x}{\partial \zeta_x} \frac{\partial \zeta_x}{\partial \sigma_x} \right) \frac{\partial \sigma_x}{\partial \bar{S}_T}
\end{aligned}$$

식 (E.3)의 각 항들은 식 (E.4) ~ (E.6)과 같다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_x}{\partial X} &= \frac{1}{X} \left(1 + \frac{T}{\zeta_x} \right) f_x, \quad \frac{\partial f_x}{\partial \lambda_x} = \frac{T}{\zeta_x} f_x, \quad \frac{\partial f_x}{\partial \zeta_x} = \frac{T^2 - 1}{\zeta_x} f_x \\
\frac{\partial F_x}{\partial X} &= f_x, \quad \frac{\partial F_x}{\partial \lambda_x} = -X f_x, \quad \frac{\partial F_x}{\partial \zeta_x} = -TX f_x
\end{aligned} \tag{E.4}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \lambda_x}{\partial \mu_x} &= \frac{1}{\mu_x} \left(1 + \frac{\sigma_x^2}{\mu_x^2 + \sigma_x^2} \right), \quad \frac{\partial \lambda_x}{\partial \sigma_x} = -\frac{\sigma_x}{\mu_x^2 + \sigma_x^2} \\
\frac{\partial \zeta_x}{\partial \mu_x} &= -\frac{1}{\mu_x} \frac{\sigma_x^2}{\mu_x^2 + \sigma_x^2} \frac{1}{\sqrt{\ln(1 + \sigma_x^2 / \mu_x^2)}}, \\
\frac{\partial \zeta_x}{\partial \sigma_x} &= \frac{\sigma_x}{\mu_x^2 + \sigma_x^2} \frac{1}{\sqrt{\ln(1 + \sigma_x^2 / \mu_x^2)}}
\end{aligned} \tag{E.5}$$

$$\frac{\partial \mu_{\bar{s}}}{\partial \bar{S}_T} = \lambda_s, \quad \frac{\partial \sigma_{\bar{s}}}{\partial \bar{S}_T} = \delta_s \lambda_s, \quad \frac{\partial \mu_{\bar{\varrho}_j}}{\partial \bar{S}_T} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{\bar{\varrho}_j}}{\partial \bar{S}_T} = 0 \tag{E.6}$$

ABSTRACT

Most modern bridge design codes follow load-resistance factor design method based on reliability theory. In reliability-based code, the safety level is expressed as a reliability index which is guaranteed by design nominal strength or required nominal strength by load-resistance coefficient. A method of determining the load-resistance factors that guarantees a uniform and consistent reliability index has been studied, and there has been a concern about what reliability index should be used as the target reliability index.

In the case of Korean highway bridge design code(limit state design), research has been actively carried out to propose a load-resistance factor that guarantees uniform reliability for the gravity directional load combination or the wind load combination. A probabilistic model for a corresponding load effect and an appropriate reliability analysis technique has been developed for the dead load effect by the self-weight of the structure or the vehicular live load by the heavy vehicle or the wind load effect by typhoon.

On the other hand, there has been no precedent study on an appropriate probabilistic model of the seismic load effect on the bridge structure by the ground motion. In this study, statistical characteristics and a distribution type are determined by applying Monte-Carlo simulation and Kolmogorov-Smirnov test respectively for an equivalent static seismic load effect model for dynamic seismic load effect on bridge structures .

In addition, this study defines the limit state for the seismic load combination of Korean highway bridge design code (limit state design method) by introducing RRD (Ratio of Return period to Design life) concept, which is the ratio of the repetition period to the design life cycle, and discusses determining the target reliability index.

Finally, the load-resistance factors are determined and proposed through the strength-based optimization technique. At this time, the optimization process proceeds independently of other load combinations considering the failure mode of the limit state function and discusses its validity.

keywords

Reliability-based design method, Load-resistance factor, Korean highway bridge design code(limit state design), Seismic load combination, Seismic load effect probabilistic model, Target reliability index

Student Number: 2017-24146